
Exercícios

Carlos Marcelo Pedroso, Universidade Federal do Paraná

Lista de exercícios sobre ajuste de distribuições de probabilidade para disciplina TE816 do curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFPR. Esta parte da disciplina é uma revisão de modelos de probabilidade, com a adição de ajuste de distribuições de probabilidade. Estes fundamentos serão necessários para compreender a sequência da disciplina.

1 Fundamentos

1.1 Distribuições 1

Considere uma variável aleatória contínua X que possui densidade de probabilidade dada por $f(x) = 4x^3$, $0 \leq x \leq 1$. Determine:

1. $P(X \leq 1/2)$.
2. $P(X \geq 3/4)$.
3. Deduza a expressão para $P(X \leq x)$.
4. Deduza a expressão para $E[X]$.
5. Deduza a expressão para $V[X]$.

1.2 Distribuições 2

Considere uma variável aleatória contínua X que possui distribuição acumulada de probabilidade dada por $F(x) = x/5$, $0 \leq x \leq 5$. Determine:

1. $P(X \leq 3)$.
2. $P(X > 2)$.
3. Deduza a expressão para $P(X \leq x)$.
4. Deduza a expressão para $E[X]$.
5. Esta é uma distribuição conhecida muito usada. Qual é o nome desta distribuição?

1.3 Distribuições 3

Seja X a duração da vida de um dispositivo eletrônico, medida em horas. Suponha que a densidade de probabilidade de X seja dada por $f(x) = k/x^n$, $2000 \leq x \leq 10000$. Determine:

1. Valor de k para $n = 2$.
2. Valor de k para $n = 3$.
3. Para um n qualquer, determine k .
4. Para $n = 2$, determine qual a probabilidade de $X < 5000$.
5. Deduza $P(X \leq x)$ para $n = 2$.

2 Ajuste de distribuições

Nestes exercícios você deve esboçar os gráficos exploratórios, como histograma e distribuição acumulada, e comentar/discutir estes resultados no texto. Lembre-se que imprimir o gráfico não é o suficiente.

2.1 Ajuste 1 (nível fácil)

Realize o teste de aderência para os dados a seguir.

0.0094	0.0099	0.0124	0.0080	0.0022	0.0083	0.0026	0.0091	0.0017	0.0277
0.0052	0.0109	0.0240	0.0065	0.0006	0.0171	0.0006	0.0047	0.0027	0.0164
0.0015	0.0014	0.0028	0.0051	0.0073	0.0436	0.0197	0.0032	0.0307	0.0157
0.0096	0.0066	0.0178	0.0003	0.0086	0.0001	0.0024	0.0064	0.0074	0.0055
0.0029	0.0233	0.0032	0.0204	0.0119	0.0045	0.0180	0.0064	0.0016	0.0079
0.0217	0.0345	0.0113	0.0024	0.0216	0.0041	0.0112	0.0010	0.0039	0.0168
0.0070	0.0039	0.0097	0.0149	0.0064	0.0089	0.0109	0.0204	0.0070	0.0044
0.0551	0.0009	0.0151	0.0077	0.0011	0.0126	0.0238	0.0262	0.0044	0.0040
0.0137	0.0019	0.0002	0.0096	0.0047	0.0471	0.0184	0.0037	0.0098	0.0044
0.0018	0.0019	0.0134	0.0038	0.0232	0.0043	0.0012	0.0063	0.0009	0.0175

Você deve realizar a caracterização utilizando distribuições de probabilidade: (a) identificar a distribuição teórica que melhor se adapta a VA observada (use histograma, distribuição acumulada, esboce gráficos comparativos) e (b) realizar os testes de aderência de Chi-Quadrado e o QQPlot para confirmar sua hipótese.

2.2 Ajuste 2 (nível médio)

Considere as notas finais dos estudantes na disciplina TE244 (Sistemas Operacionais Embarcados). As notas estão publicadas em <http://www.eletrica.ufpr.br/pedroso>. Considere as notas das turmas dos anos de 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 e 2017.

Você deve realizar a caracterização utilizando distribuições de probabilidade: (a) identificar a distribuição teórica que melhor se adapta a VA observada e (b) realizar os testes de aderência de Chi-Quadrado e o QQPlot para confirmar sua hipótese.

2.3 Ajuste 3 (nível difícil)

Analise o tamanho dos arquivos que compõe a página do Departamento de Engenharia Elétrica da UFPR. Os dados estão disponíveis em <http://www.eletrica.ufpr.br/pedroso/2017/TE816/files.csv>. Você deve realizar a caracterização utilizando distribuições de probabilidade: (a) identificar a distribuição teórica que melhor se adapta a VA observada e (b) realizar os testes de aderência de

Chi-Quadrado e o QQPlot para confirmar sua hipótese (ou não!) (c) identificar e discutir qual o fenômeno que pode ser observado nestes dados. Use o gráfico da distribuição complementar em escala logarítmica, conforme descrição no material disponível no site. A discussão de resultados é muito importante neste exercício.