

8 Sistemas de Tempo Discreto

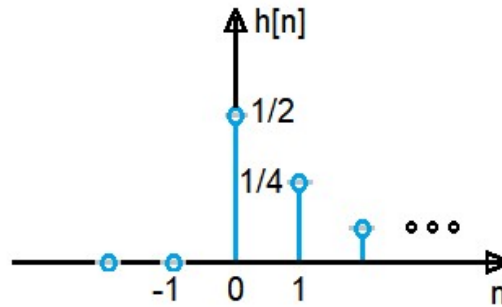
Aula 30 - Capítulo 8: páginas 1 a 6

8.1 Exercício Resolvido

Desenhe o diagrama de blocos e calcule o ganho da resposta em frequência do filtro cuja resposta ao impulso é

$$h[n] = 2^{-(n+1)} \cdot u[n]$$

- Passo 1: Gráfico da sequência $h[n]$.



- Passo 2: Transformada z.
É possível reescrever $h[n]$ como

$$h[n] = 2^{-1} \cdot 2^{-n} \cdot u[n] = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n]$$

logo, partindo do par transformado

$$u[n] \leftrightarrow \frac{z}{z-1}, \quad |z| > 1$$

e aplicando a propriedade do produto por exponencial (cap7/pag9) vem

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n] \leftrightarrow \frac{(z/2)}{(z/2)-1}, \quad |z/2| > 1$$

que se for multiplicado por $1/2$ fornece a resposta desejada

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n] \leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{(z/2)}{(z/2)-1}, \quad |z/2| > 1$$

logo

$$h[n] = 2^{-(n+1)} \cdot u[n] \leftrightarrow H(z) = \frac{z/2}{z-1/2}, \quad |z| > \frac{1}{2}$$

- Passo 3: Diagrama de blocos.

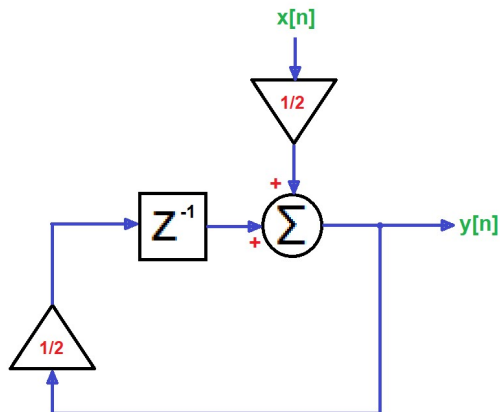
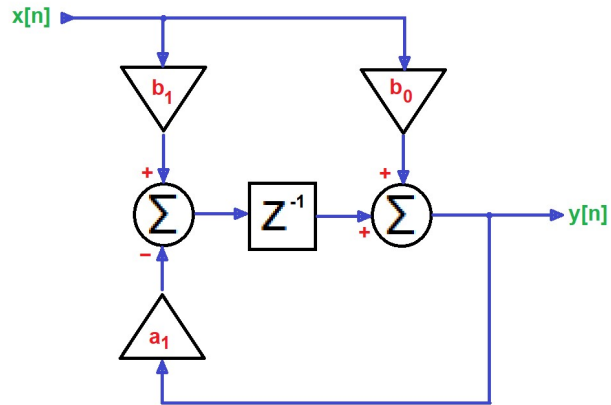
Este é um sistema de primeira ordem cuja função de transferência é do tipo

$$H(z) = \frac{b_0 z + b_1}{z + a_1}$$

com

$$b_0 = 1/2 \quad b_1 = 0 \quad a_1 = -1/2$$

logo tem-se o diagrama de blocos abaixo (cap8/pag3).



- Passo 4: Ganho da resposta em frequência.

Substituindo $z = e^{i\omega}$ em $H(z)$ vem

$$H(e^{i\omega}) = \frac{e^{i\omega}/2}{e^{i\omega} - 1/2} = \frac{1}{2} \frac{\cos(\omega) + j \sin(\omega)}{\cos(\omega) + j \sin(\omega) - 1/2}$$

logo

$$|H(e^{i\omega})| = \left| \frac{1}{2} \frac{\cos(\omega) + j \sin(\omega)}{\cos(\omega) + j \sin(\omega) - 1/2} \right| = \left| \frac{1}{2} \right| \frac{|\cos(\omega) + j \sin(\omega)|}{|\cos(\omega) + j \sin(\omega) - 1/2|}$$

$$|H(e^{i\omega})| = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\cos^2(\omega) + \sin^2(\omega)}}{\sqrt{[\cos(\omega) - 1/2]^2 + \sin^2(\omega)}} = \frac{1/2}{\sqrt{\cos^2(\omega) - \cos(\omega) + 1/4 + \sin^2(\omega)}}$$

$$|H(e^{i\omega})| = \frac{1/2}{\sqrt{5/4 - \cos(\omega)}} = \frac{1}{\sqrt{5 - 4 \cos(\omega)}}$$

8.2 Exercício Proposto

Desenhe o diagrama de blocos e calcule o ganho da resposta em frequência do filtro cuja resposta ao impulso é

$$h[n] = \frac{1}{4}\delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{4}\delta[n-2]$$

▷ Dica: Use o par transformado $\delta[n] \leftrightarrow 1$ e as propriedades do deslocamento e da linearidade.