TENSÃO

Introdução

- A mecânica dos sólidos estuda as **relações entre as cargas externas** aplicadas a um corpo deformável e a intensidade das **cargas internas** que agem no interior do corpo.

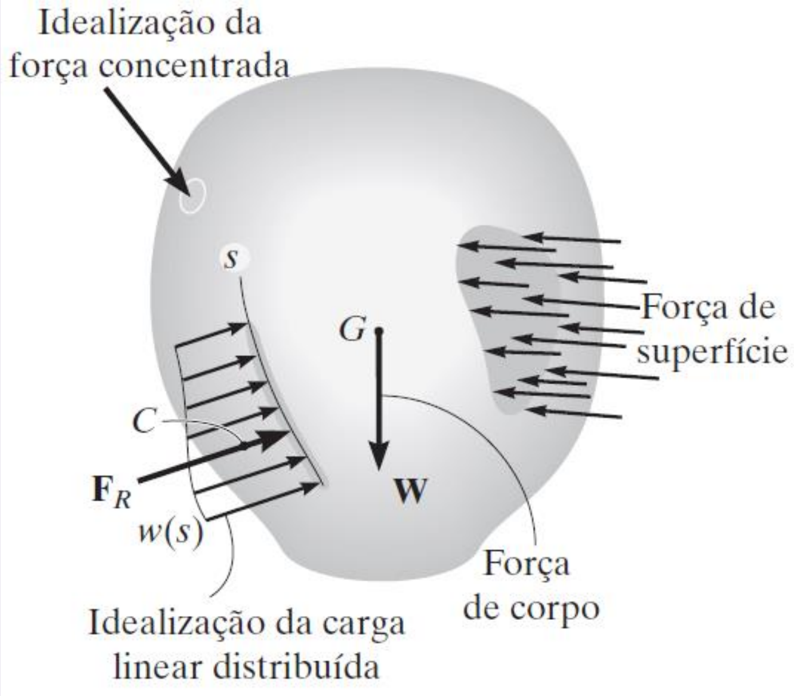
- Esse assunto também envolve o **cálculo das deformações** do corpo e proporciona o estudo de sua **estabilidade** quando sujeito a forças externas.

Equilíbrio de um corpo deformável

Cargas externas

1. Forças de superfície:

   causadas pelo contato direto de um corpo com a superfície de outro.



2. Forças de corpo (a distância):

   Desenvolvida quando um corpo exerce uma força sobre outro, sem contato físico direto entre eles.

Equilíbrio de um corpo deformável

Equações de equilíbrio – Lembrando....

- O equilíbrio de um corpo exige o ***equilíbrio de forças*** e o ***equilíbrio de momentos***.

- Se estipularmos um sistema de coordenadas *x*, *y*, *z* com origem no ponto *O*,

$$\sum \mathrm{F} = 0 \qquad \sum \mathrm{M}_O = 0$$

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0$$

- ***A melhor maneira de levar em conta essas forças é desenhar o diagrama de corpo livre do corpo.***

Equilíbrio de um corpo deformável

Cargas resultantes internas

- Em geral, há quatro tipos diferentes de cargas internas resultantes:

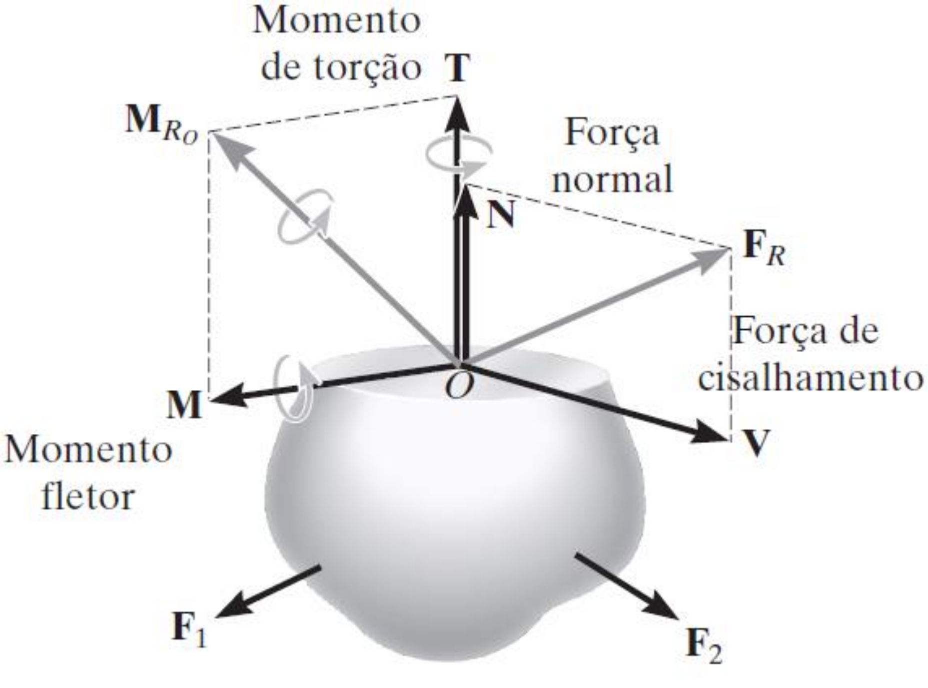
  a) Força normal, N

  b) Força de cisalhamento, V

  c) Momento de torção ou torque, T

  d) Momento fletor, M

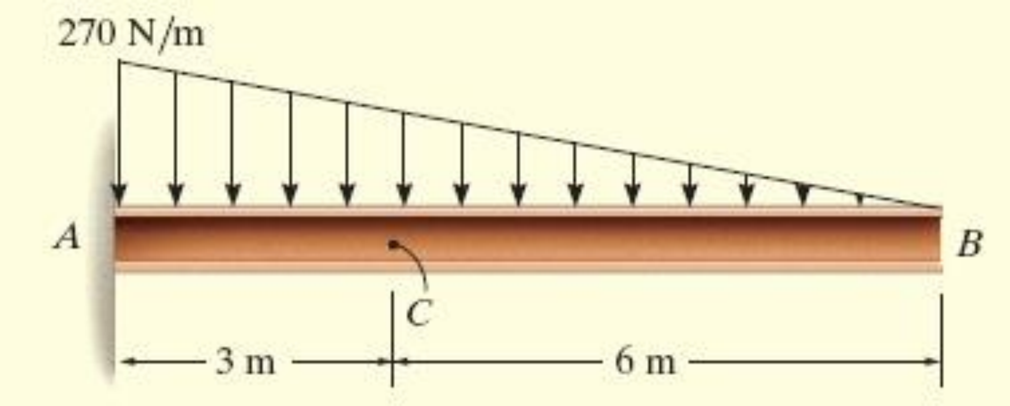
Exemplos:



(d)

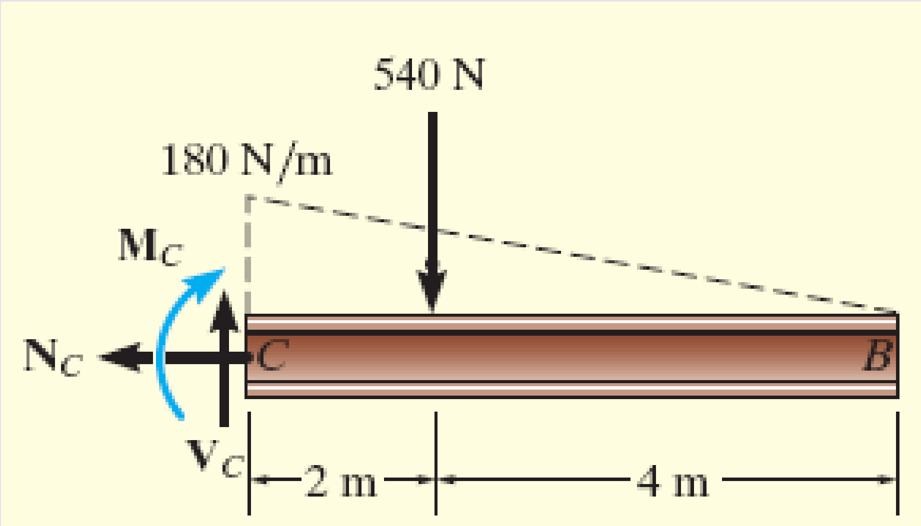
Exemplo 1

Determine as cargas internas resultantes que agem na seção transversal em *C*.



Solução: A intensidade da carga distribuída em *C* é determinada...

Diagrama de corpo livre

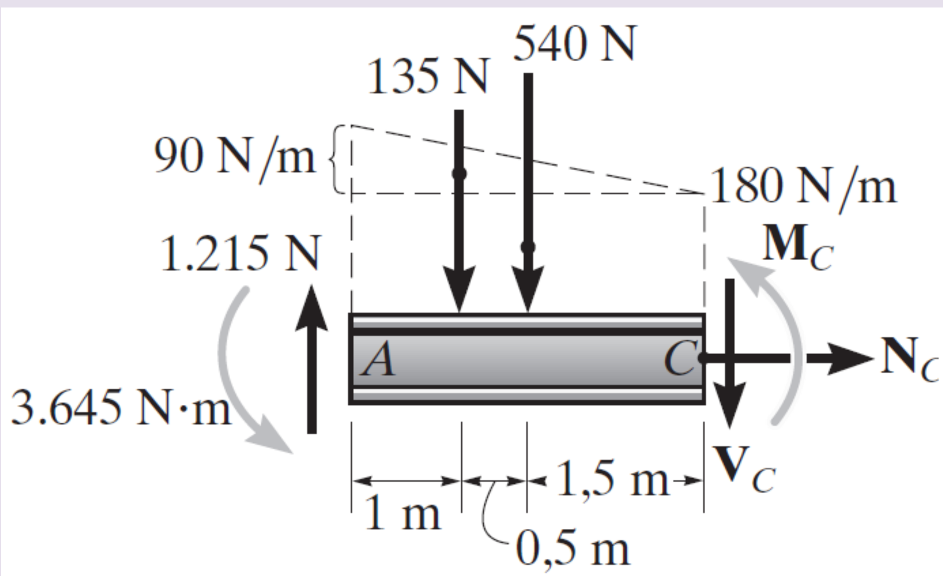


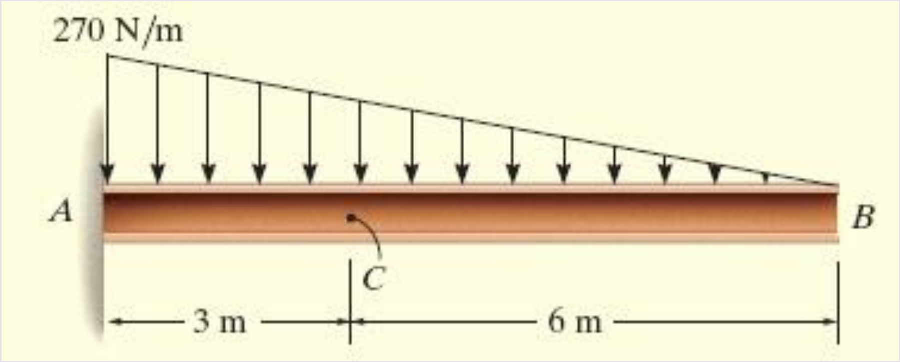
$$\frac{w}{6}=\frac{270}{9}\Rightarrow w=180\,\text{N/m}$$

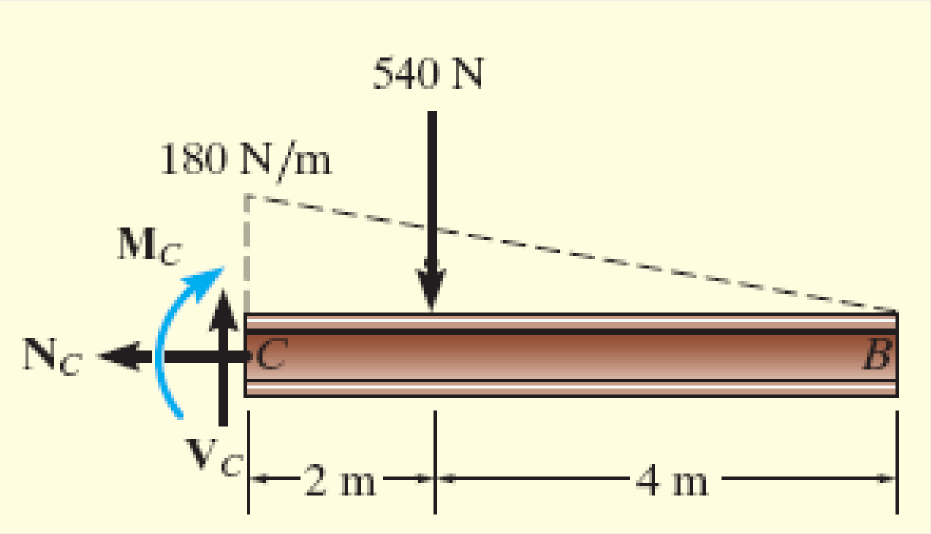
O valor da resultante da carga distribuída é

$$F=\tfrac{1}{2}(180)(6)=540\text{N}$$

que age a $\tfrac{1}{3}(6)=2\text{m}$ de *C*.







Aplicando as equações de equilíbrio a CB, temos

$$+\rightarrow \sum F_x = 0; \qquad -N_C = 0$$

$$N_C = 0 \text{ (Resposta)}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \qquad V_C - 540 = 0$$

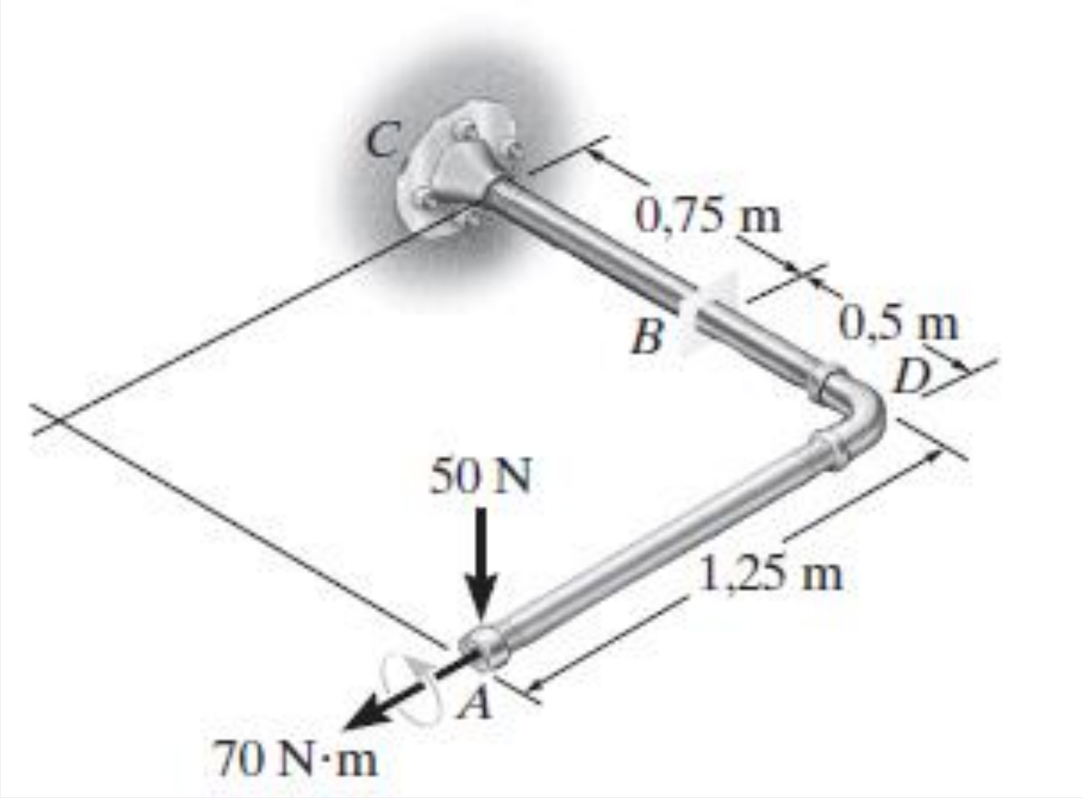
$$V_C = 540 \text{ (Resposta)}$$

$$\circlearrowleft + \sum M_C = 0; \qquad -M_C - 540(2) = 0$$

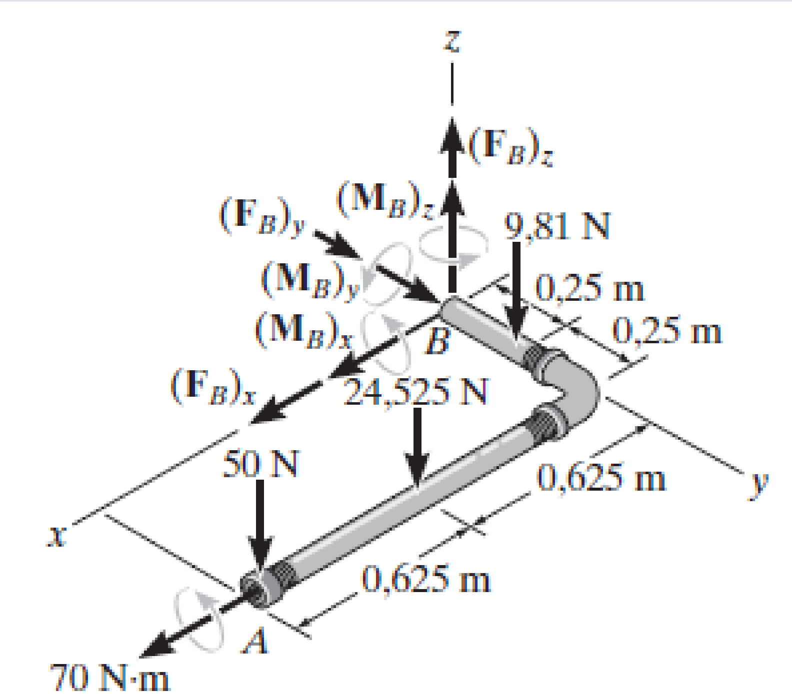
$$M_C = -1.080 \text{ N} \cdot \text{m (Resposta)}$$

Exemplo 2

Determine as cargas internas resultantes que agem na seção transversal em *B* do cano. A densidade do cano é de 2 kg/m e ele está sujeito a uma força vertical de 50 N e a um momento de 70 N·m em sua extremidade *A*. O tubo está preso a uma parede em *C*.



Solução:



Calculando o peso de cada segmento do tubo,

$$W_{BD} = (2)(0{,}5)(9{,}81) = 9{,}81\,\mathrm{N}$$

$$W_{AD} = (2)(1{,}25)(9{,}81) = 24{,}525\,\mathrm{N}$$

Aplicando as seis equações escalares de equilíbrio,

$$\sum F_x = 0; \qquad (F_B)_x = 0 \ \text{(Resposta)}$$

$$\sum F_y = 0; \qquad (F_B)_y = 0 \ \text{(Resposta)}$$

$$\sum F_z = 0; \qquad (F_B)_z - 9{,}81 - 24{,}525 - 50 = 0$$

$$(F_B)_x = 84{,}3\,\mathrm{N} \ \text{(Resposta)}$$

$$\sum (M_B)_x = 0; \quad (M_B)_x + 70 - 50(0{,}5) - 24{,}525(0{,}5) - 9{,}81(0{,}25) = 0$$

$$(M_B)_x = -30{,}3\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \ \text{(Resposta)}$$

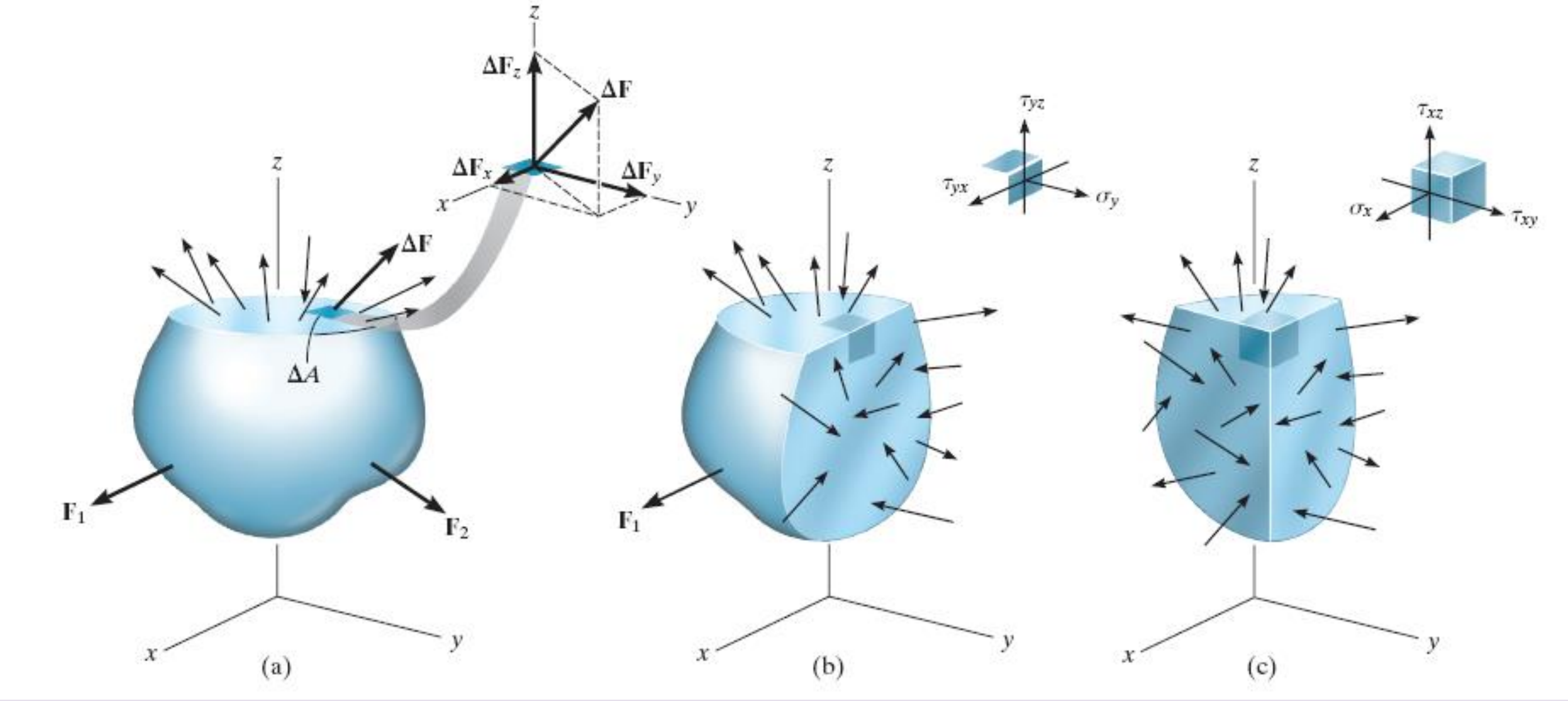
$$\sum (M_B)_y = 0; \quad (M_B)_y + 24{,}525(0{,}625) + 50(1{,}25) = 0$$

$$(M_B)_y = -77{,}8\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \ \text{(Resposta)}$$

$$\sum (M_B)_z = 0; \quad (M_B)_z = 0 \ \text{(Resposta)}$$

Tensão

- A ***distribuição*** de cargas internas é importante na resistência dos materiais.
- Consideraremos que o **material é *contínuo***.
- A ***tensão*** descreve a *intensidade da força interna* sobre um *plano específico* (área).



Tensão

Tensão normal, σ

- Intensidade da força que age perpendicularmente à *ΔA*

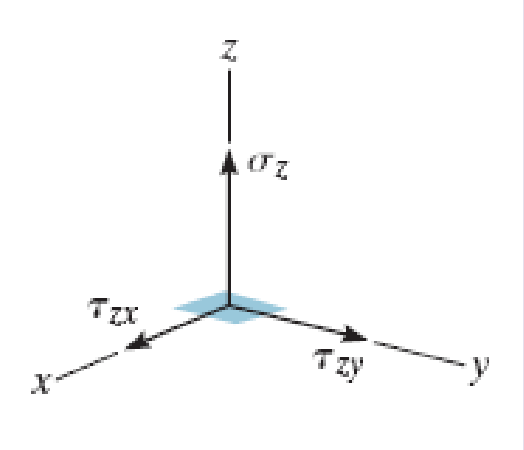
$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$$

Tensão de cisalhamento, τ

Intensidade da força que age tangente à Δ*A*

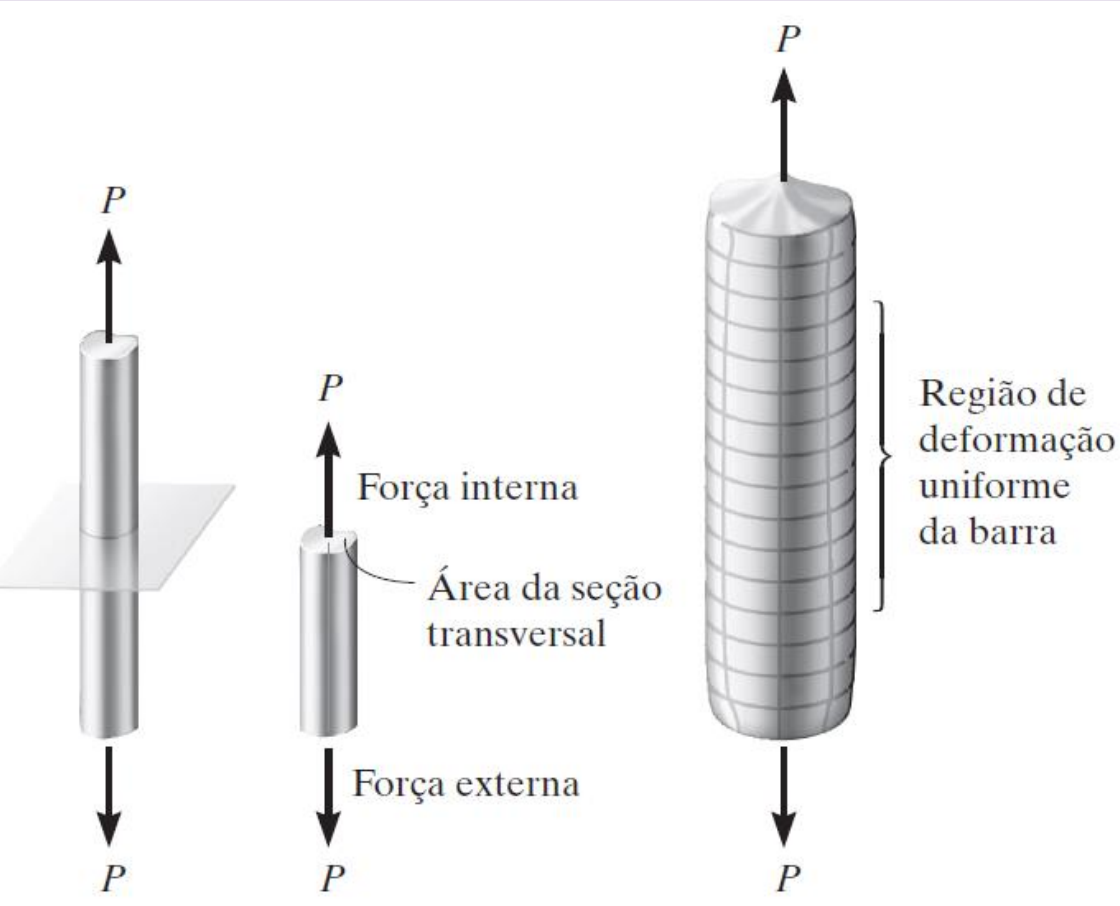
$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$$

$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$$



Tensão normal média em uma barra com carga axial

- Quando ***a área da seção transversal da barra*** está submetida a uma força axial, ela está submetida **somente à tensão normal**.



Distribuição da tensão normal média

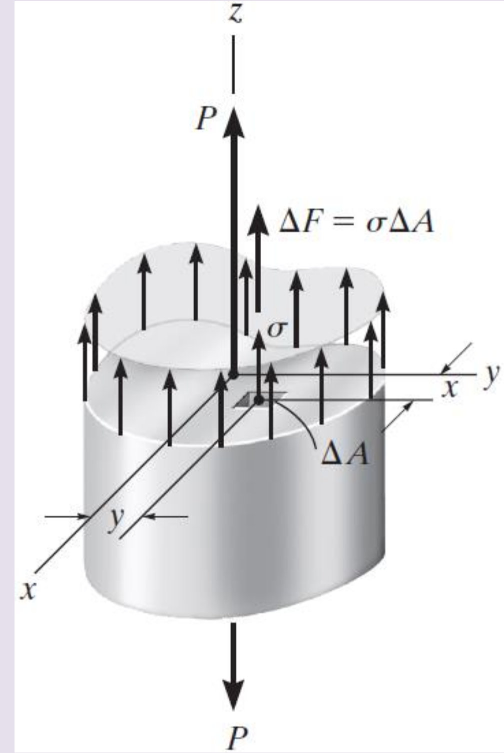
- Quando a barra é submetida a uma tensão uniforme,

$$\int dF = \int_A \sigma dA$$

$$P = \sigma A$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

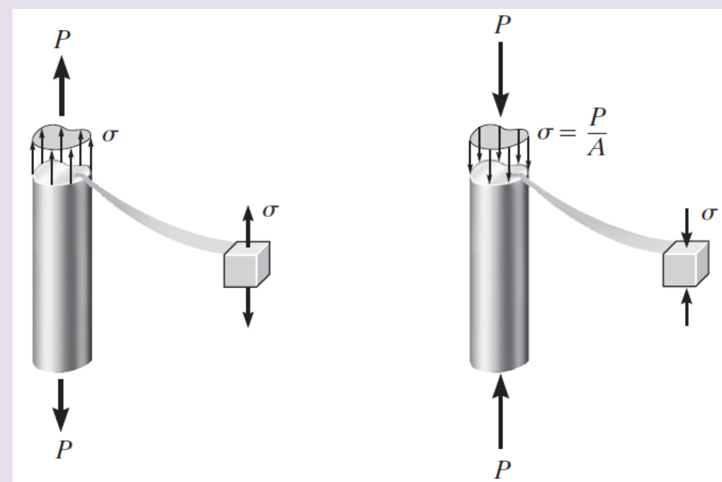
σ = tensão normal média
P = força normal interna resultante
A = área da seção transversal da barra



Equilíbrio

- As duas componentes da tensão normal no elemento têm valores iguais mas direções opostas.

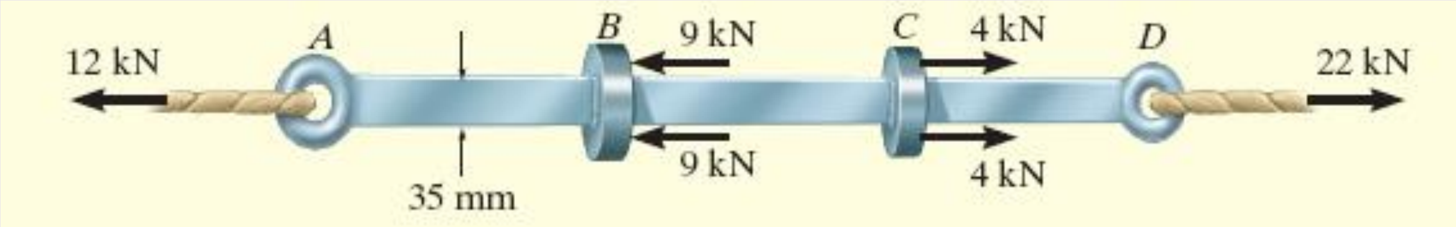
Exemplo



Tração **Compressão**

Exemplo 3

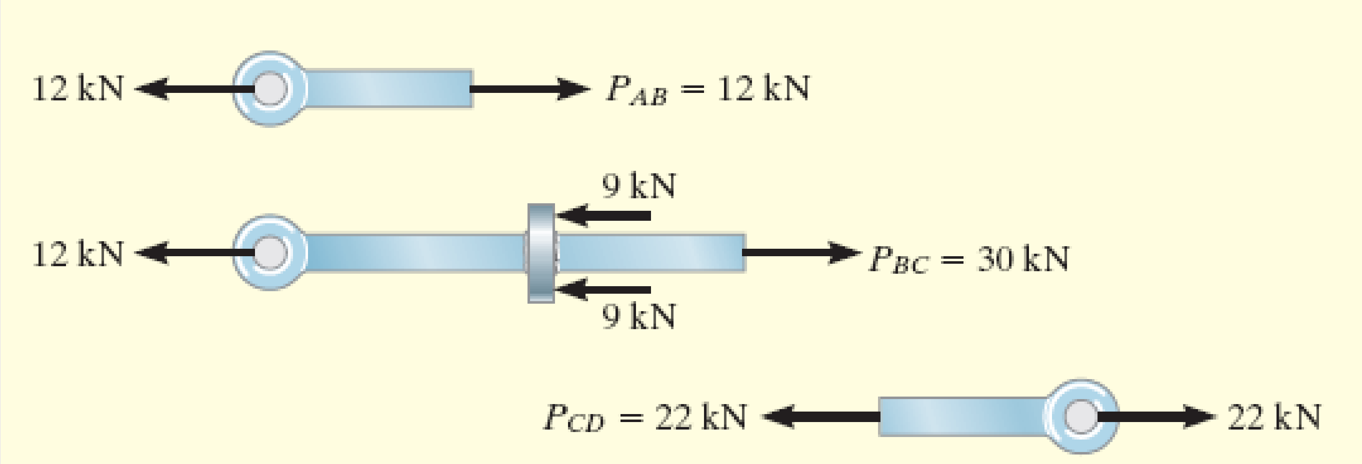
A barra tem largura constante de 35 mm e espessura de 10 mm. **Determine a tensão normal média máxima** na barra quando ela é submetida à carga mostrada.



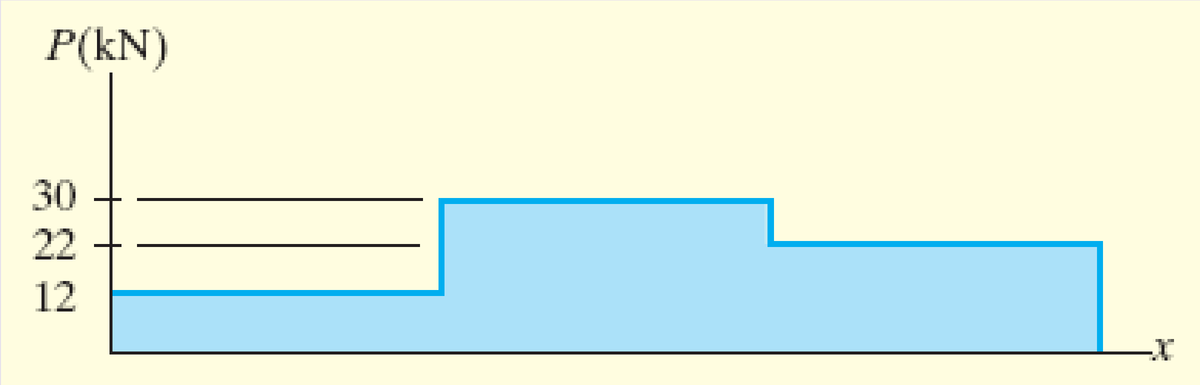
Vamos desenhar o **diagrama de esforço normal** em função da distância ao ponto A.

Solução:

Por inspeção, as forças internas axiais são constantes, mas têm valores diferentes.



Graficamente, o diagrama da força normal é como mostrado abaixo

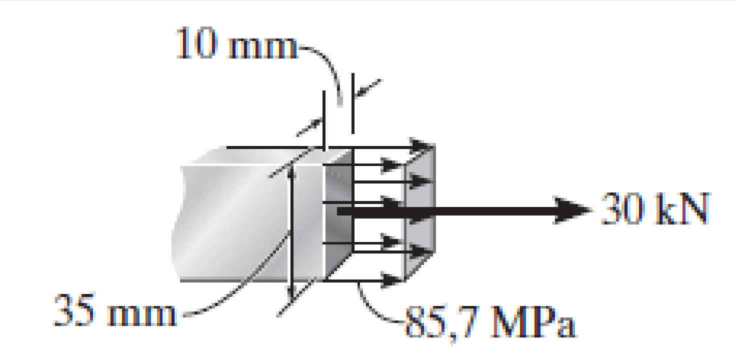


Onde está a maior carga axial?

Solução

Por inspeção, a maior carga é na região *BC*, onde $P_{BC} = 30\,\mathrm{kN}.$

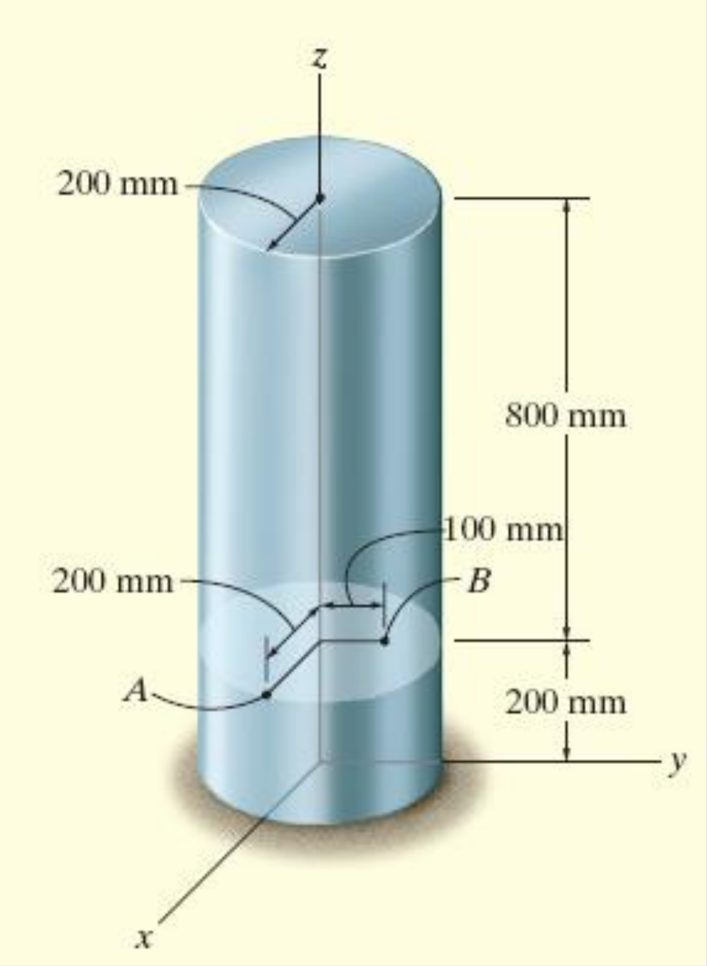
Visto que a área da seção transversal da barra é *constante*, a maior tensão normal média é



$$\sigma_{BC} = \frac{P_{BC}}{A} = \frac{30\left(10^3\right)}{(0{,}035)(0{,}01)} = 85{,}7\ \mathrm{MPa}\ \text{(Resposta)}$$

Exemplo 4

A peça fundida mostrada é feita de aço, cujo peso específico é $\gamma_{aço} = 80\,\text{kN/m}^3$. Determine a tensão de compressão média, devida ao peso, que age nos pontos *A e B.*



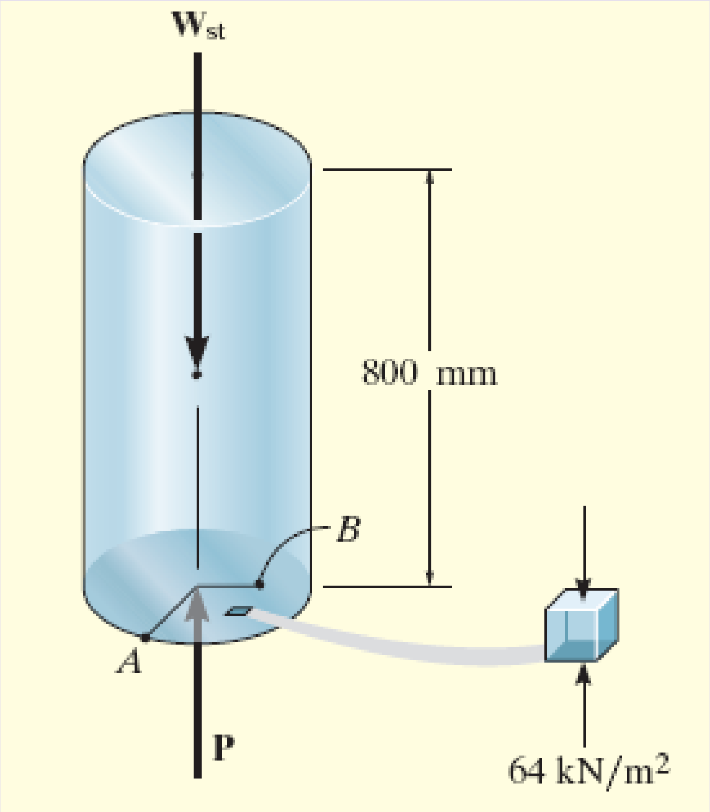
Solução

Desenhando um diagrama de corpo livre do segmento superior, a força axial interna *P* nesta seção é

$$+\uparrow \sum F_z = 0; \qquad P - W_{\text{aço}} = 0$$

$$P - (80)(0{,}8)\pi(0{,}2)^2 = 0$$

$$P = 8{,}042\ \text{kN}$$



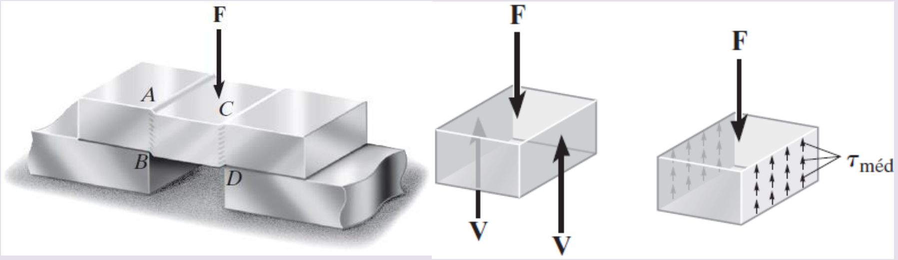
A tensão de compressão média torna-se:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{8{,}042}{\pi(0{,}2)^2} = 64{,}0\ \text{kN/m}^2 \quad \text{(Resposta)}$$

Tensão de cisalhamento média

- A ***tensão de cisalhamento*** distribuída, sobre cada área secionada que desenvolve essa força de cisalhamento, é definida por:

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{V}{A}$$



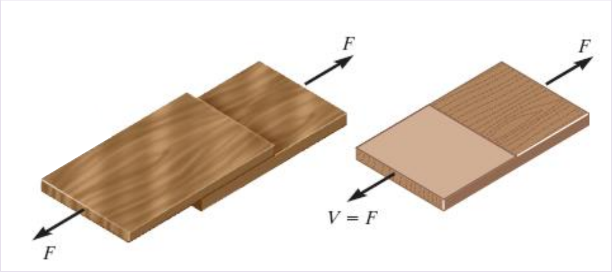
$\tau_{\text{méd}}$ = tensão de cisalhamento média

V = força de cisalhamento interna resultante

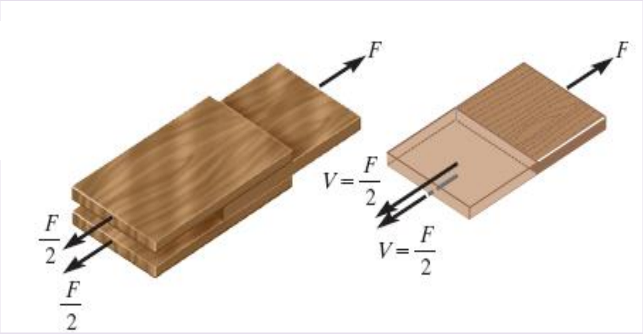
A = área na seção

Dois tipos diferentes de cisalhamento:

a) Cisalhamento simples

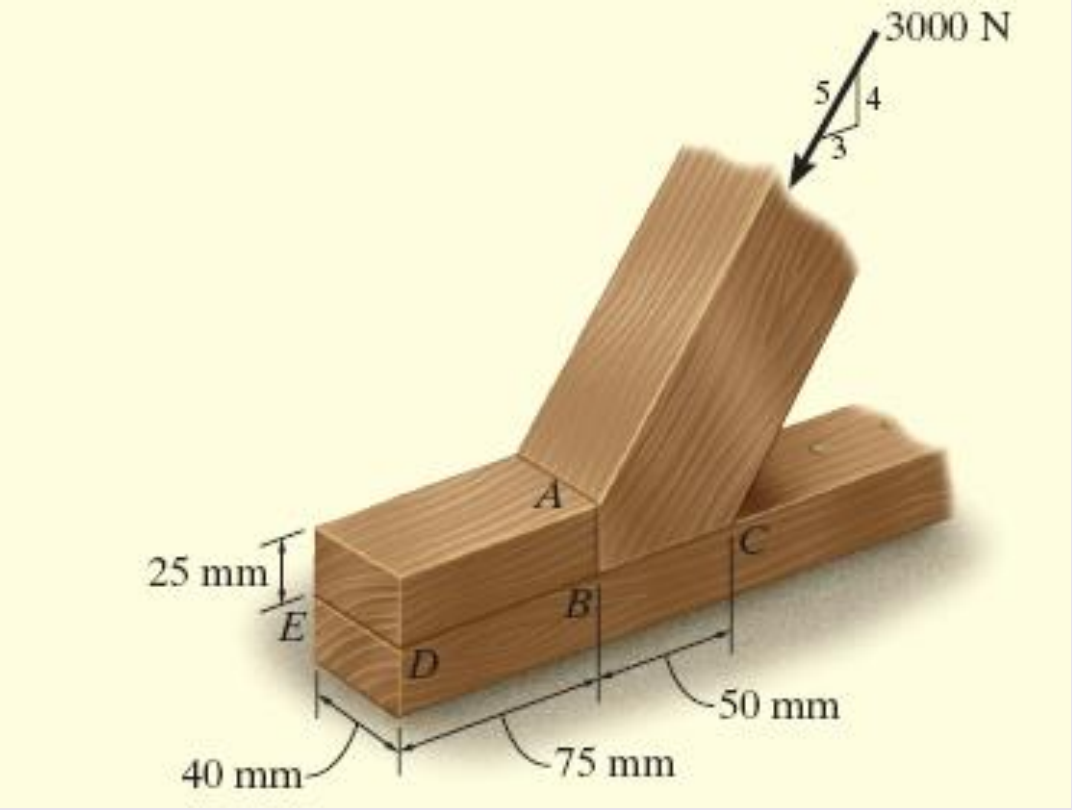


b) Cisalhamento duplo



Exemplo 5

O elemento inclinado está submetido a uma força de compressão de 3.000 N. Determine a tensão de compressão média ao longo das áreas de contato lisas definidas por *AB* e *BC* e a tensão de cisalhamento média ao longo do plano horizontal definido por *EDB*.

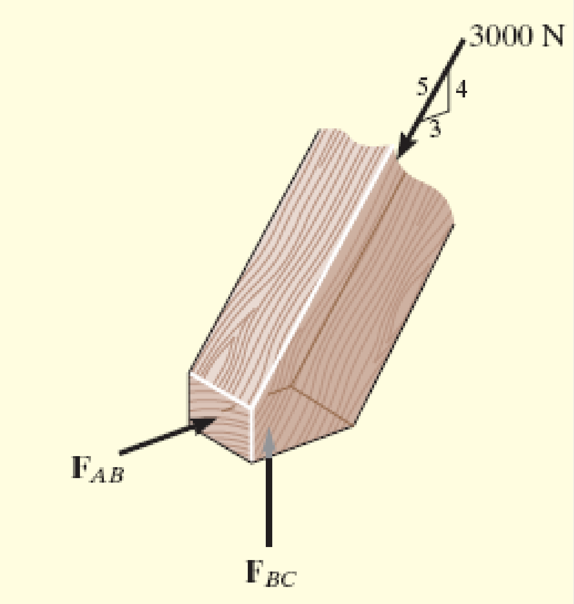


Solução

As forças de compressão agindo nas áreas de contato são

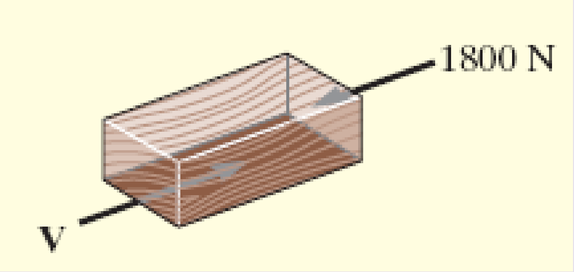
$$+\rightarrow \sum F_x = 0; \quad F_{AB} - 3.000\left(\tfrac{3}{5}\right) = 0 \Rightarrow F_{AB} = 1.800\,\text{N}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \quad F_{BC} - 3.000\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow F_{BC} = 2.400\,\text{N}$$



A força de cisalhamento agindo no plano horizontal secionado *EDB* é

$$+\rightarrow \sum F_x = 0; \quad V = 1.800\,\text{N}$$



Solução

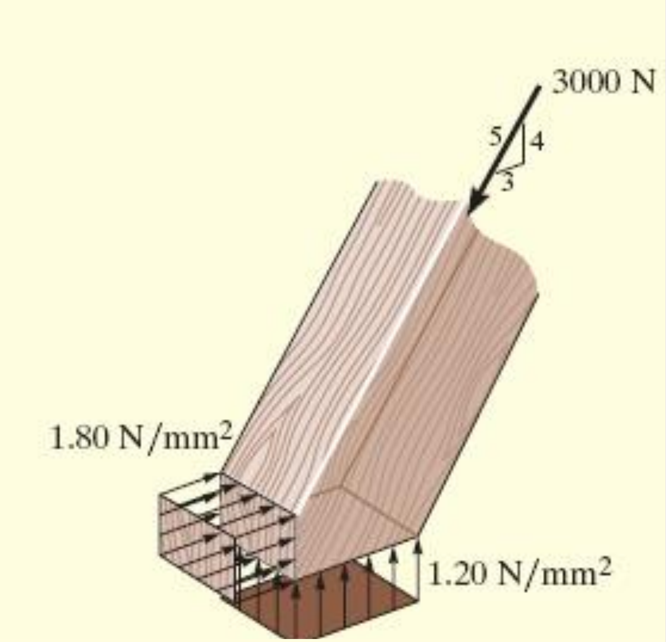
As tensões de compressão médias ao longo dos planos horizontal e vertical do elemento inclinado são

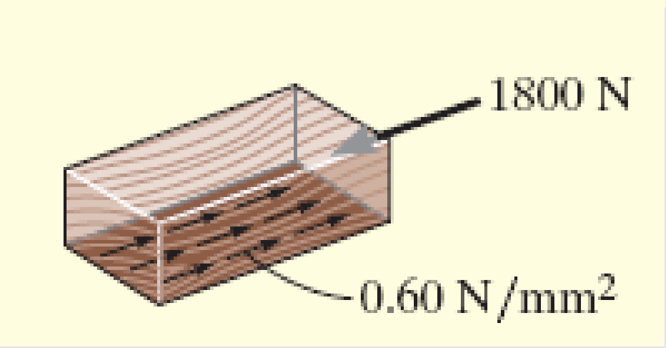
$$\sigma_{AB} = \frac{1.800}{(25)(40)} = 1{,}80 \text{ N/mm}^2 \quad \text{(Resposta)}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{2.400}{(50)(40)} = 1{,}20 \text{ N/mm}^2 \quad \text{(Resposta)}$$

A tensão de cisalhamento média que age no plano horizontal definido por BD é

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{1.800}{(75)(40)} = 0{,}60 \text{ N/mm}^2 \quad \text{(Resposta)}$$





Tensão admissível

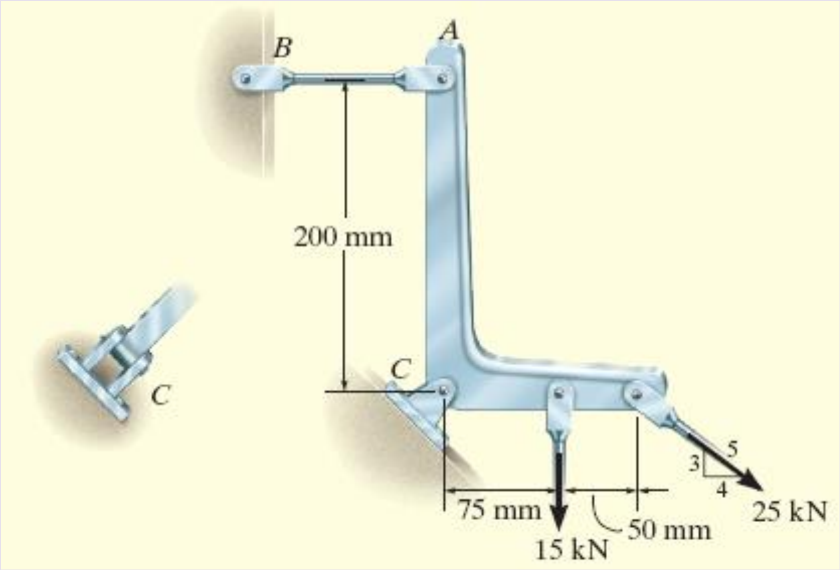
- Muitos fatores desconhecidos influenciam a tensão real de um elemento.
- O *fator de segurança* é um método para especificação da carga admissível para o projeto ou análise de um elemento.
- O ***fator de segurança*** (FS) é a razão entre a carga de ruptura e a carga admissível.

$$\mathrm{FS} = \frac{F_{\mathrm{rup}}}{F_{\mathrm{adm}}}$$

Tensão admissível

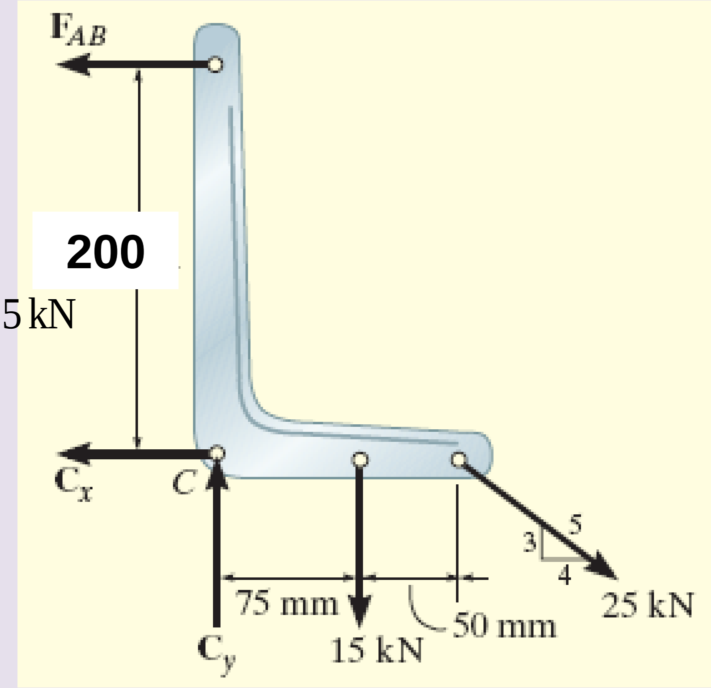
Exemplo 6

O braço de controle está submetido ao carregamento mostrado na figura abaixo. Determine, com aproximação de 5 mm, o diâmetro exigido para o pino de aço em *C* se a tensão de cisalhamento admissível para o aço for $\tau_{adm} = 55\ \mathrm{MPa}$. Note na figura que o pino está sujeito a cisalhamento duplo.



Solução

Para equilíbrio, temos:



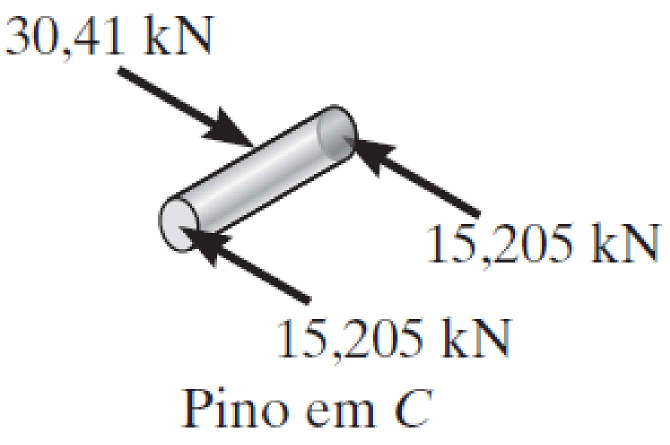
$$\circlearrowleft + \sum M_C = 0; \quad F_{AB}(0,2) = 15(0,075) - 25\left(\tfrac{3}{5}\right)(0,125) = 0 \Rightarrow F_{AB} = 15\,\text{kN}$$

$$\rightarrow + \sum F_x = 0; \quad -15 - C_x + 25\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow C_x = 5\,\text{kN}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0; \quad C_y - 15 - 25\left(\tfrac{3}{5}\right) = 0 \Rightarrow C_y = 30\,\text{kN}$$

O pino em *C* resiste à força resultante em *C*. Portanto

$$F_C = \sqrt{(5)^2 - (30)^2} = 30{,}41\,\text{kN}$$



Solução

O pino está sujeito a cisalhamento duplo, uma força de cisalhamento de 15,205 kN age sobre cada área da seção transversal *entre* o braço e cada orelha de apoio do pino.

A área exigida é

$$A = \frac{V}{\tau_{\text{adm}}} = \frac{15{,}205}{55 \times 10^{3}} = 276{,}45 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

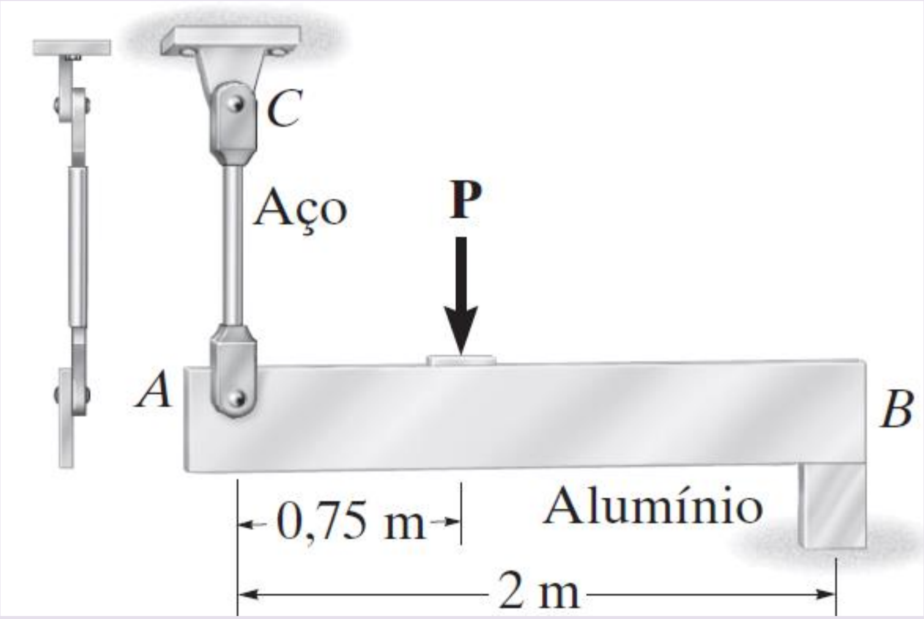
$$\pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 246{,}45 \, \text{mm}^2$$

$$d = 18{,}8 \, \text{mm}$$

Use um pino com um diâmetro *d* = 20 mm. (Resposta)

Exemplo 7

A barra rígida *AB* é sustentada por uma haste de aço *AC* com 20 mm de diâmetro e um bloco de alumínio com área de seção transversal de 1.800 mm^2. Os pinos de 18 mm de diâmetro em *A* e *C* estão submetidos a *cisalhamento simples*. Se a tensão de ruptura do aço e do alumínio forem $(\sigma_{aço})_{rup} = 680\,\mathrm{MPa}$ e $(\sigma_{al})_{rup} = 70\,\mathrm{MPa}$, respectivamente, e a tensão de ruptura para cada pino for de $\tau_{rup} = 900\,\mathrm{MPa}$, determine a maior carga *P* que pode ser aplicada à barra. Aplique um fator de segurança FS = 2.



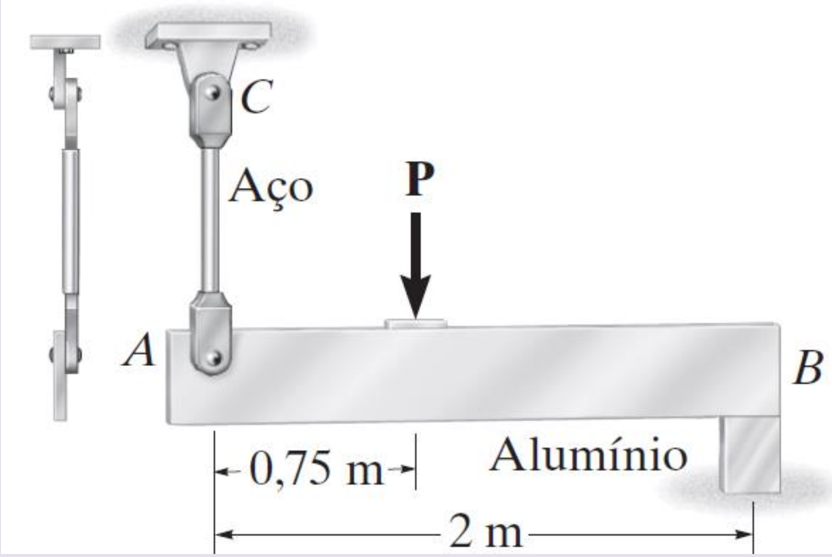
Solução

As tensões admissíveis são:

$$(\sigma_{aço})_{adm} = \frac{(\sigma_{aço})_{rup}}{FS} = \frac{680}{2} = 340\,\text{MPa}$$

$$(\sigma_{al})_{adm} = \frac{(\sigma_{al})_{rup}}{FS} = \frac{70}{2} = 35\,\text{MPa}$$

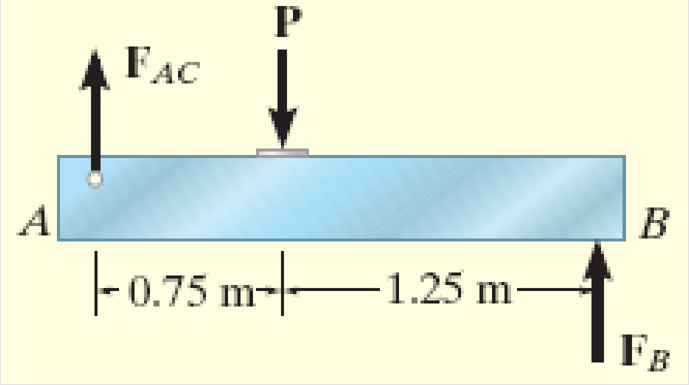
$$\tau_{adm} = \frac{\tau_{rup}}{FS} = \frac{900}{2} = 450\,\text{MPa}$$



Há três incógnitas, aplicaremos as equações de equilíbrio

$$\curvearrowleft + \sum M_B = 0; \quad P(1{,}25) - F_{AC}(2) = 0 \qquad (1)$$

$$\curvearrowleft + \sum M_A = 0; \quad F_B(2) - P(0{,}75) = 0 \qquad (2)$$



Solução

Agora, determinaremos cada valor de *P* que crie a tensão admissível na haste, no bloco e nos pinos, respectivamente.

A haste *AC* exige $F_{AC} = (\sigma_{\text{aço}})_{\text{adm}} (A_{AC}) = 340(10^6)\left[\pi(0{,}01)^2\right] = 106{,}8\ \text{kN}$

Usando a Equação 1, $P = \dfrac{(106{,}8)(2)}{1{,}25} = 171\ \text{kN}$

Para bloco *B*, $F_B = (\sigma_{\text{al}})_{\text{adm}} A_B = 35(10^6)\left[1.800(10^{-6})\right] = 63{,}0\ \text{kN}$

Usando a Equação 2, $P = \dfrac{(63{,}0)(2)}{0{,}75} = 168\ \text{kN}$

Para o pino *A* ou *C*, $V = F_{AC} = \tau_{\text{adm}} A = 450(10^6)\left[\pi(0{,}009)^2\right] = 114{,}5\ \text{kN}$

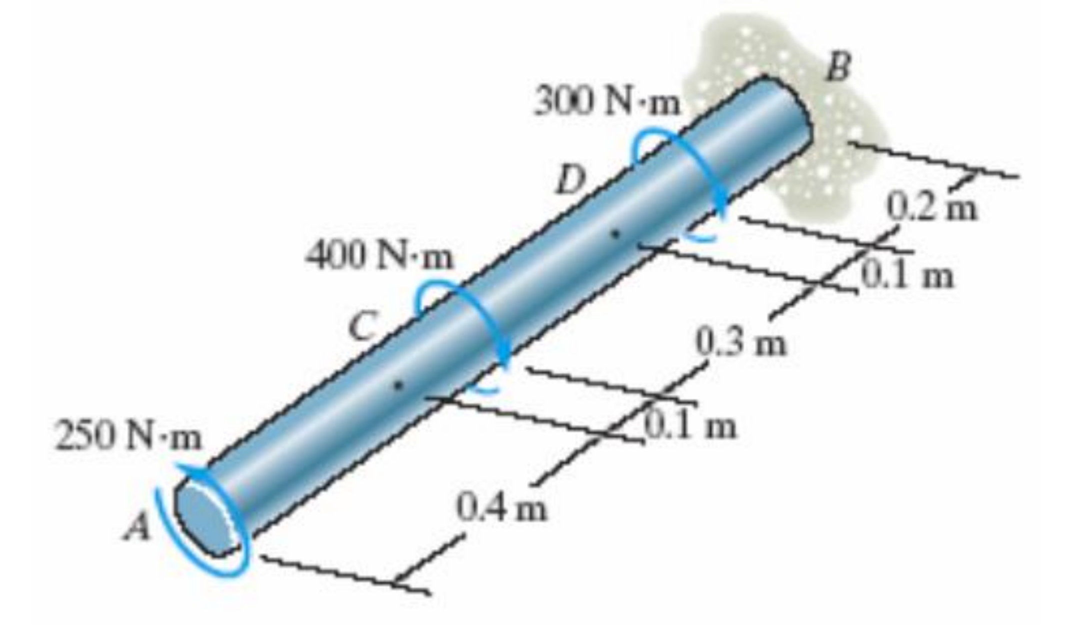
Usando a Equação 1, $P = \dfrac{(114{,}5)(2)}{1{,}25} = 183\ \text{kN}$

Quando *P* alcança o *valor* (168 kN), desenvolve a tensão normal admissível no bloco de alumínio. Por consequência,

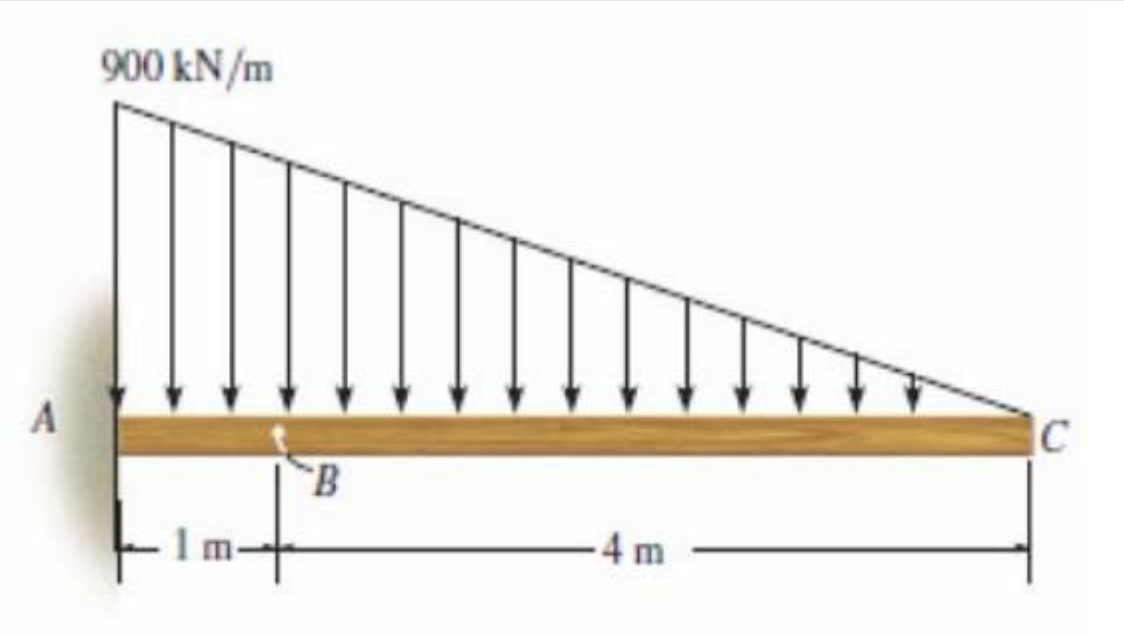
$$P = 168\ \text{kN (Resposta)}$$

Exercícios

Problema 1. (1.2) Determine o torque resultante interno que age sobre as seções transversais nos pontos C e D do eixo. O eixo está preso em B.

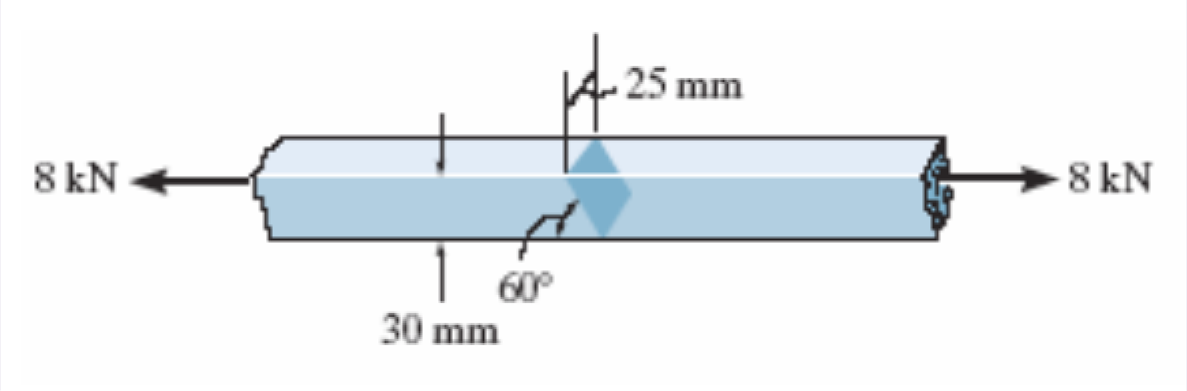


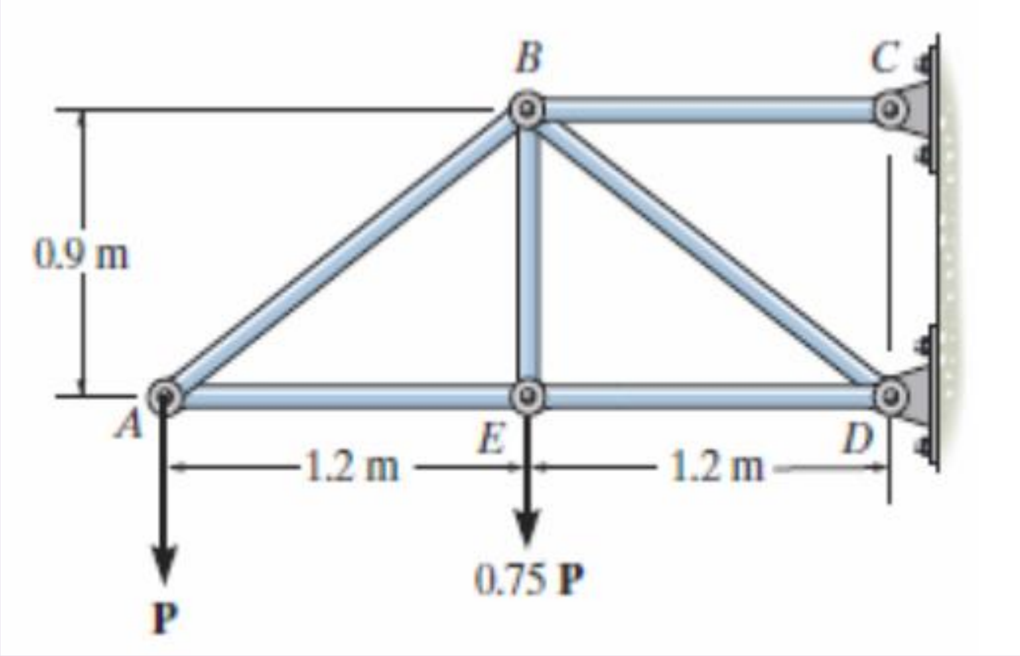
Problema 2. (1.17) Determine as cargas internas resultantes que agem na seção transversal que passa pelo ponto B.



Exercícios

Problema 3. (1.46) Dois elementos de aço estão interligados por uma solda de topo angulada de 60º. Determine a tensão de cisalhamento média e a tensão normal média suportada no plano de solda.

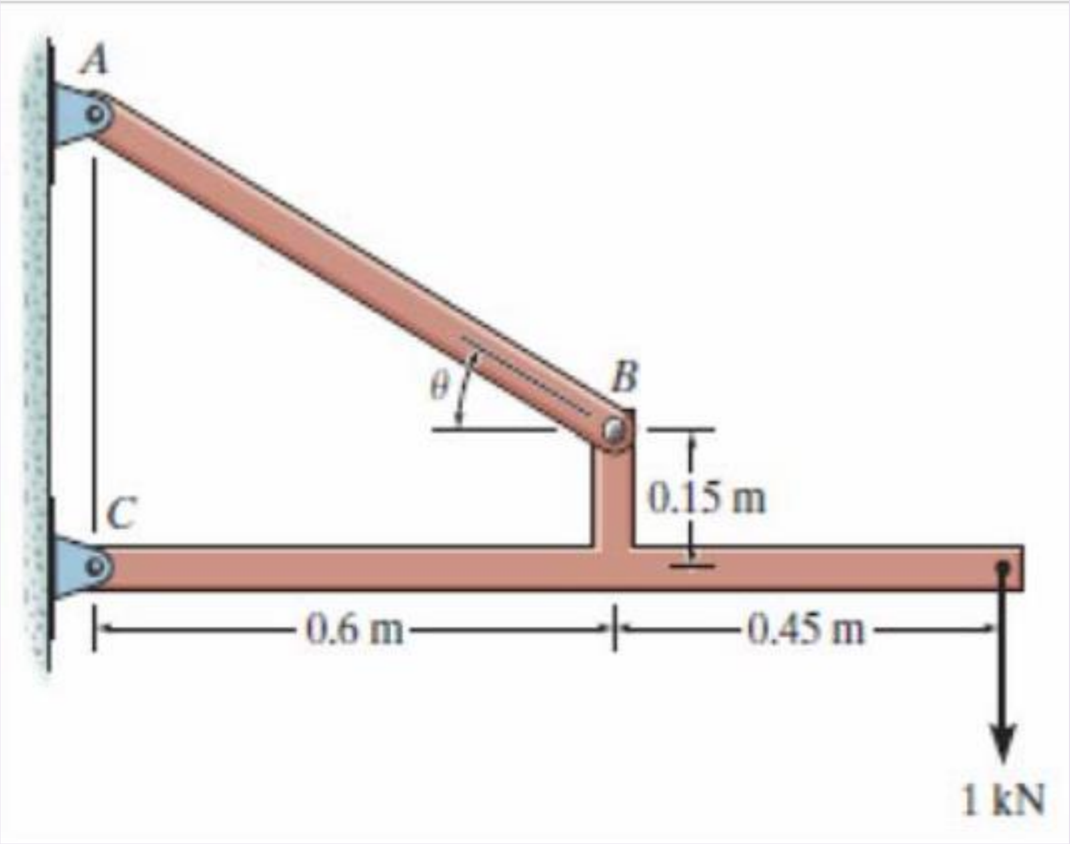




Problema 4. (1.59) Cada uma das barras da treliça tem área transversal de 780 mm^2. Se a tensão normal média máxima em qualquer barra não pode ultrapassar 140 Mpa, determine o valor máximo P das cargas que podem ser aplicadas à treliça

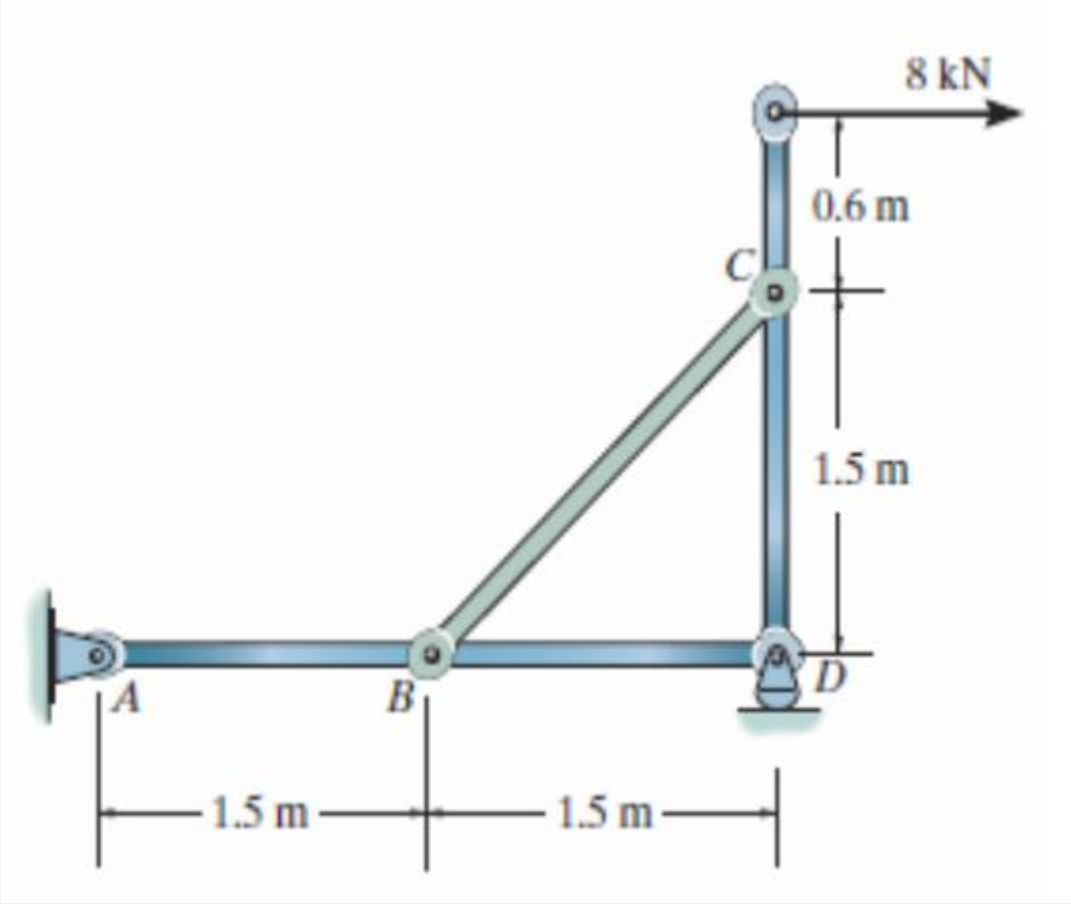
Exercícios

Problema 5. (1.69) A estrutura da figura está sujeita a uma carga de 1 kN. Determine a tensão de cisalhamento média no parafuso em A em função do ângulo da barra θ. Represente essa função em um gráfico para $0 \le \theta \le 90^{\circ}$ e indique os valores de θ para os quais essa tensão é mínima. O parafuso tem diâmetro de 6 mm e está sujeito a cisalhamento simples.



Exercícios

Problema 6. (1.87) A estrutura da figura está sujeita a uma carga de 8 kN. Determine o diâmetro exigido para os pinos A e B se a tensão de cisalhamento admissível para o material for τ_{adm} = 42 MPa. O Pino A está sujeito a cisalhamento duplo, ao passo que o pino B está sujeito a cisalhamento simples.



Exercícios

Problema 7. (1.102) Determine a intensidade w da carga distribuída máxima que pode ser suportada pelo conjunto de pendural de modo a não ultrapassar uma tensão de cisalhamento admissível de τ_{adm} = 95 Mpa nos parafusos de 10mm de diâmetro em A e B e uma tensão de tração admissível de σ_{adm} = 155 Mpa na haste AB de 12 mm de diâmetro.