Resultantes de um sistema de forças

Objetivos da aula

- Discutir o conceito do **momento de uma força** e mostrar como calculá-lo em duas e três dimensões.
- Fornecer um método para **determinação do momento** de uma força em relação a um eixo específico.
- Definir o **momento de binário**.
- Apresentar métodos para a determinação das resultantes de sistemas de **forças não concorrentes**.
- Mostrar como converter uma **carga distribuída simples** em uma força resultante e seu ponto de aplicação.

Momento de uma força

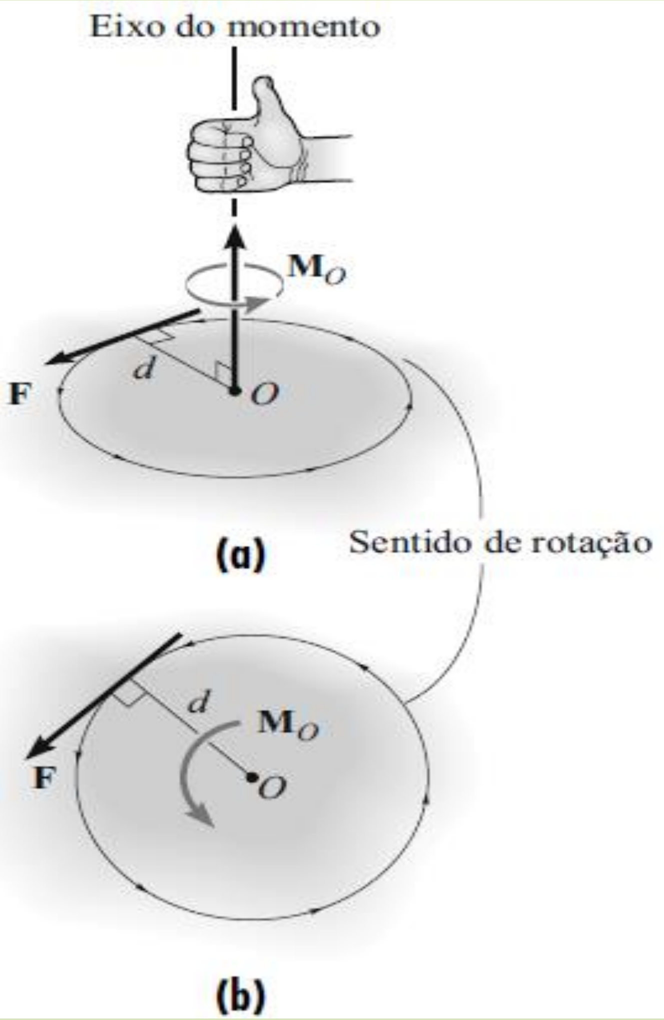
- Quando uma força não central é aplicada a um corpo, ela produzirá uma tendência de rotação do corpo em torno de um ponto que não está na linha de ação da força. Essa tendência de rotação algumas vezes é chamada de torque, mas normalmente é denominada momento de uma força, ou simplesmente momento.

Intensidade

A intensidade do momento é $M_O = F \cdot d$

onde *d* é o braço do momento ou distância perpendicular do eixo no ponto *O* até a linha de ação da força.

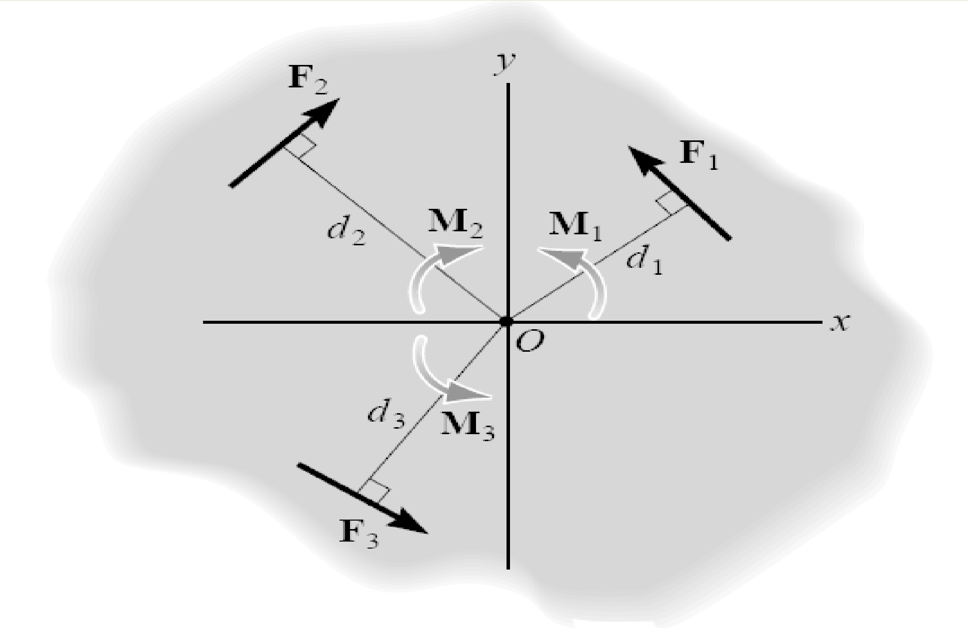
As unidades da intensidade do momento (força vezes a distância) são N · m ou lb · ft.



Direção

A direção de M_O é definida pelo seu eixo do momento, o qual é perpendicular ao plano que contém a força F e seu braço de momento d.

Momento resultante



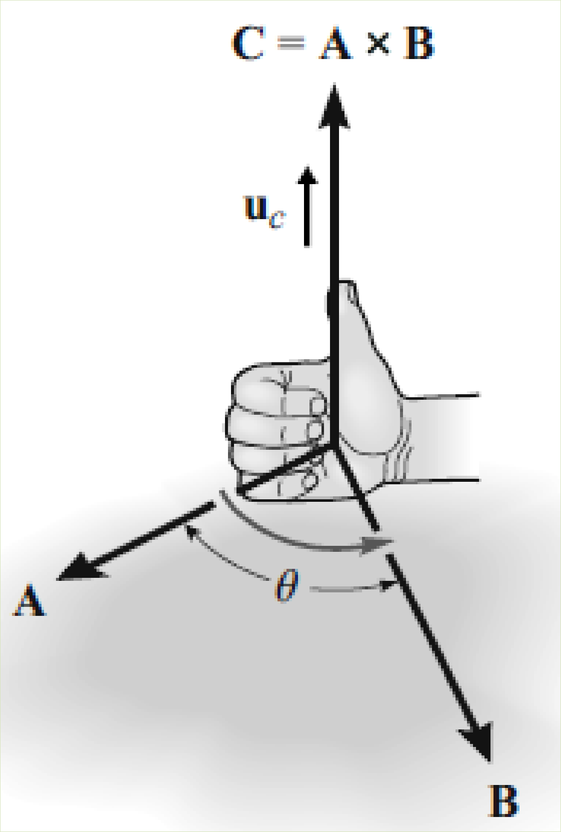
O momento resultante nessa figura é:

$$\curvearrowleft +(\mathrm{M}_R)_0 = \sum Fd; \quad (\mathrm{M}_R)_0 = F_1 d_1 - F_2 d_2 + F_3 d_3$$

Produto vetorial

O *produto vetorial* de dois vetores ***A*** e ***B*** produz o vetor ***C*,** que é escrito:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$



A intensidade de **C** é definida como o produto das intensidades de **A** e **B** vezes o seno do ângulo θ entre eles ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$). Logo,

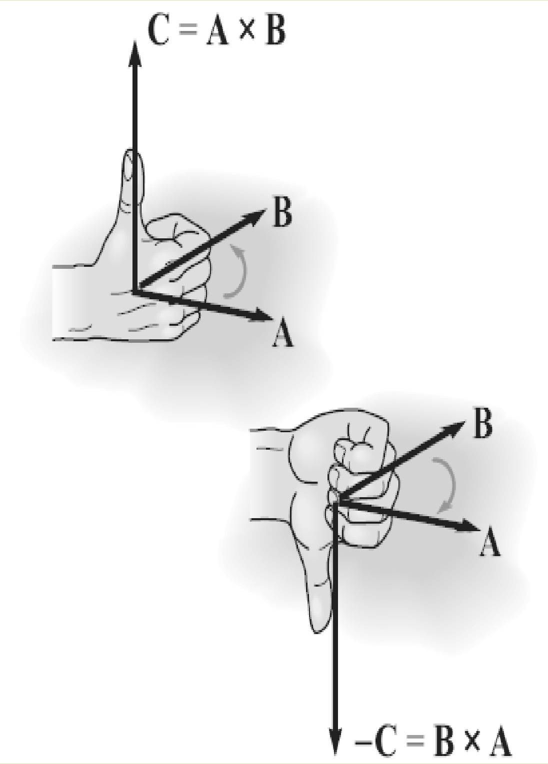
$C = AB \operatorname{sen} \theta$.

Para conhecer a direção e a intensidade de C, podemos escrever:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = (AB \operatorname{sen} \theta)\, \mathbf{u}_C$$

Propriedades do produto vetorial

- A propriedade comutativa não é válida; ou seja, A x B ≠ B x A. Em vez disso,



A x B = –B x A

- Se o produto vetorial for multiplicado por um escalar *a*, ele obedece à propriedade associativa;

$$a\,(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (a\mathbf{A}) \times \mathbf{B} = \mathbf{A} \times (a\mathbf{B}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B})\,a$$

- O produto vetorial também obedece à propriedade distributiva da adição,

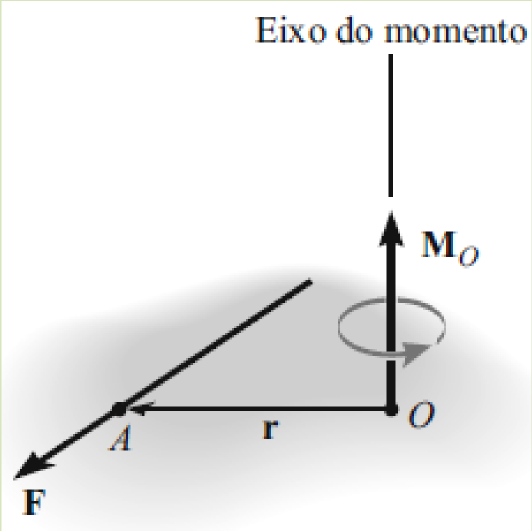
$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \times \mathbf{D})$$

Na forma cartesiana pode ser escrito como:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

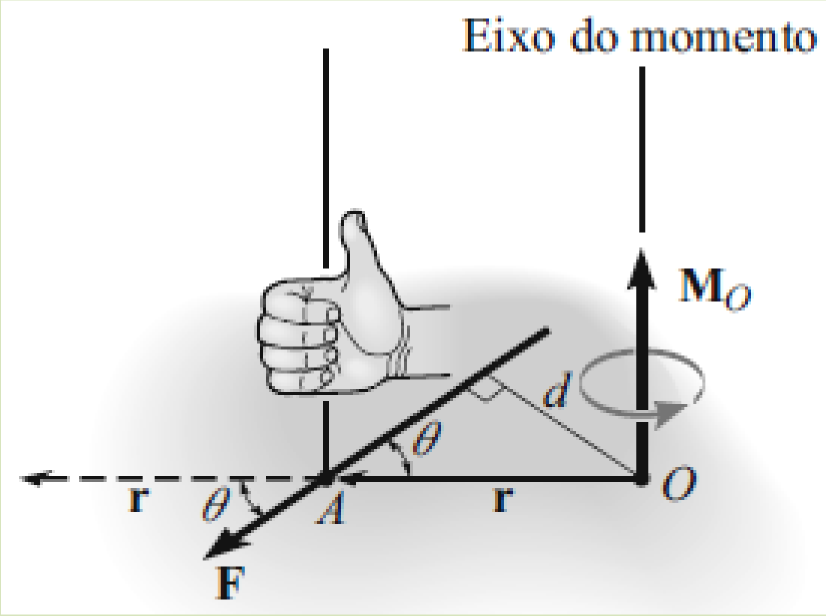
Momento de uma força – formulação vetorial

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$



Intensidade

$$M_O = r\,F\,\text{sen}\theta$$

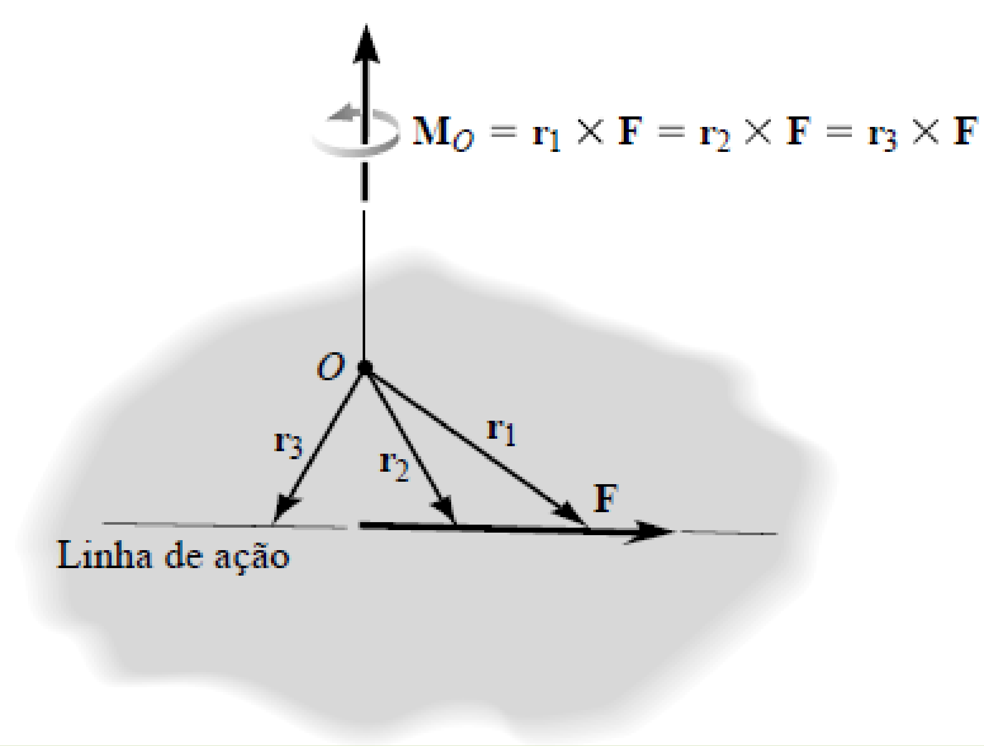


Direção

A direção e o sentido do momento são determinados pela regra da mão direita do produto vetorial.

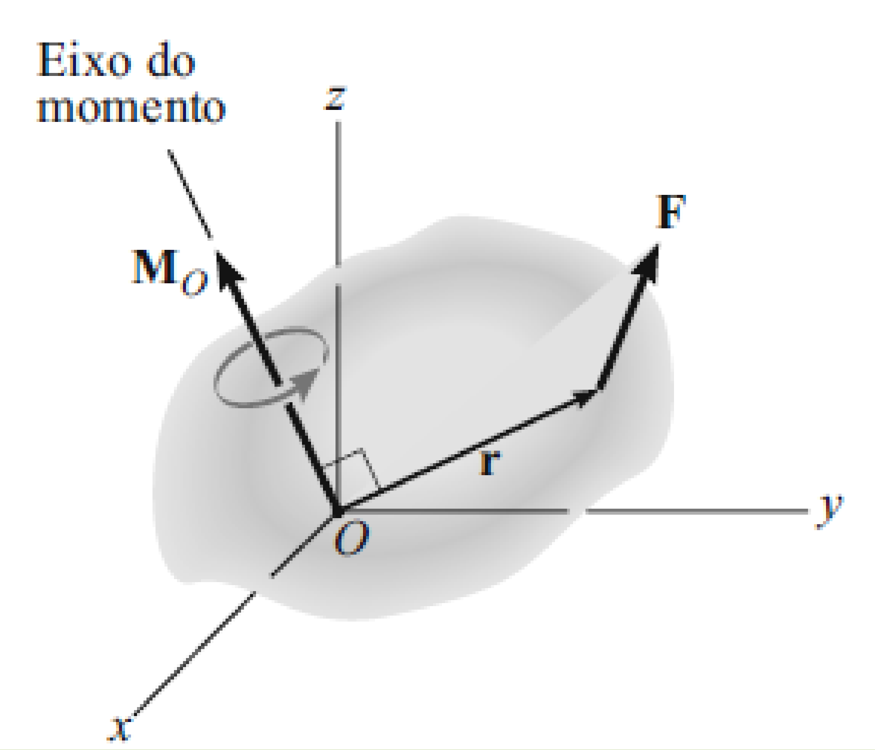
Princípio da transmissibilidade

Podemos usar qualquer vetor posição **r** medido do ponto *O* a qualquer ponto sobre a linha de ação da força F (porque?) . Assim,



Formulação cartesiana

Se estabelecermos os eixos coordenados x, y, z, então o vetor posição **r** e a força **F** podem ser expressos como vetores cartesianos:

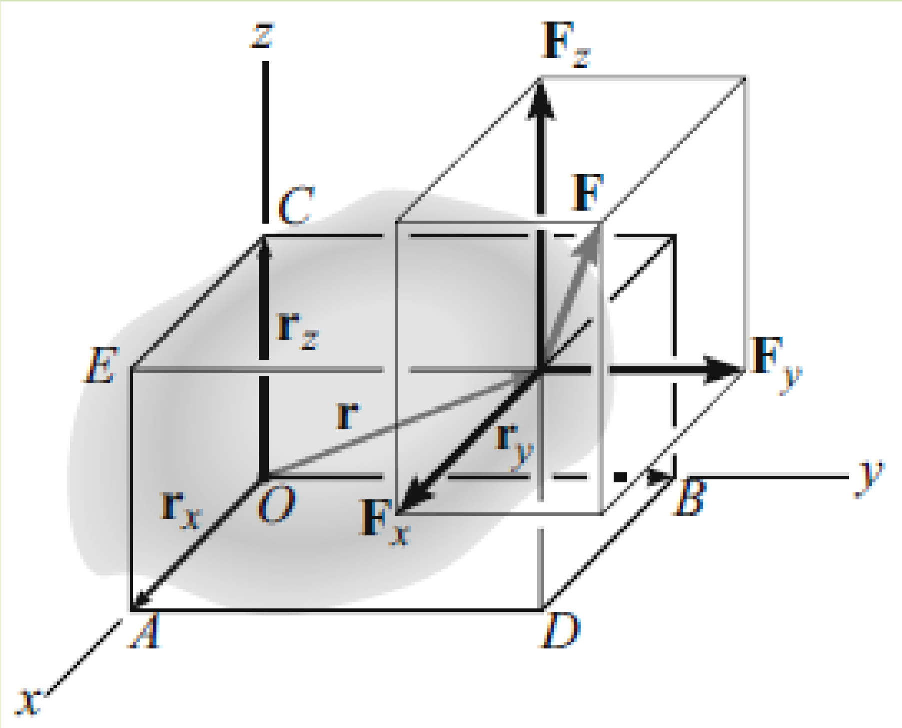


$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Se o determinante for expandido, temos:

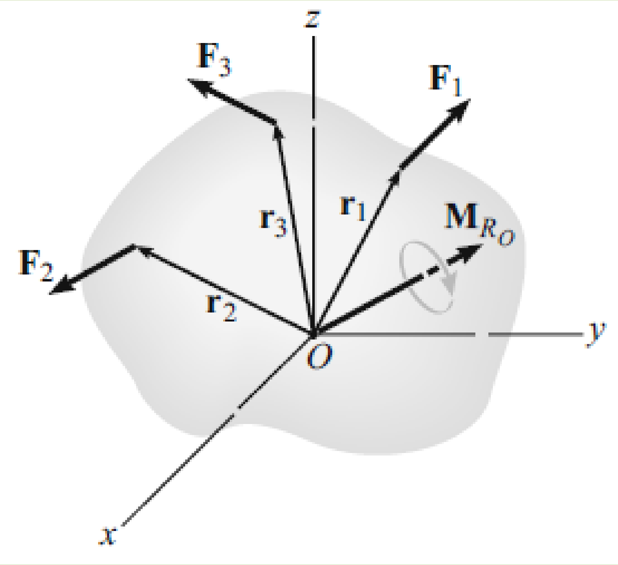
$$\mathbf{M}_O = (r_yF_z - r_zF_y)\,\mathbf{i} - (r_xF_z - r_zF_x)\,\mathbf{j} + (r_xF_y - r_yF_x)\,\mathbf{k}$$

O significado físico dessas três componentes do momento se torna evidente ao analisar a Figura:



$$\mathbf{M}_O = (r_yF_z - r_zF_y)\,\mathbf{i} - (r_xF_z - r_zF_x)\,\mathbf{j} + (r_xF_y - r_yF_x)\,\mathbf{k}$$

Momento resultante de um sistema de forças



Essa resultante pode ser escrita simbolicamente como:

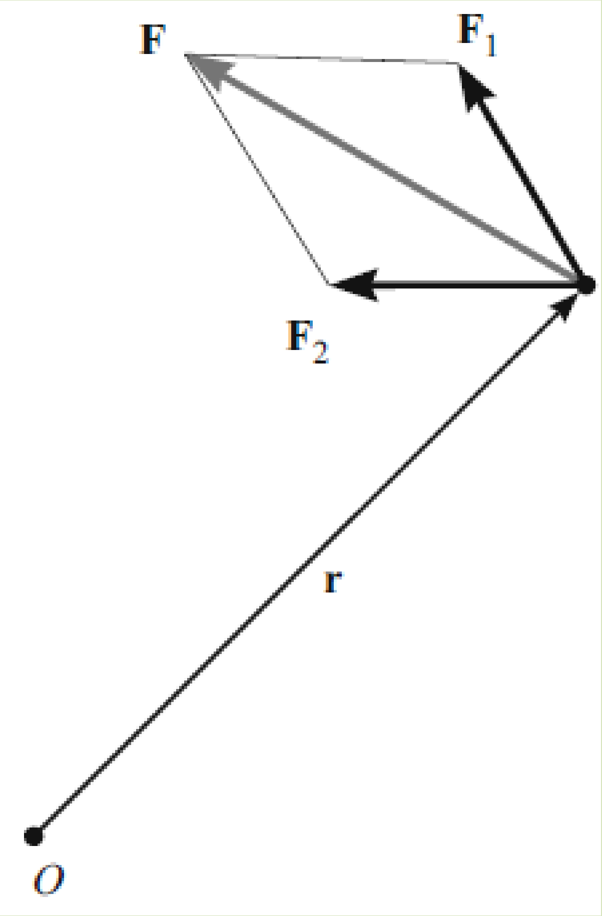
$$\mathbf{M}_{R_O} = \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

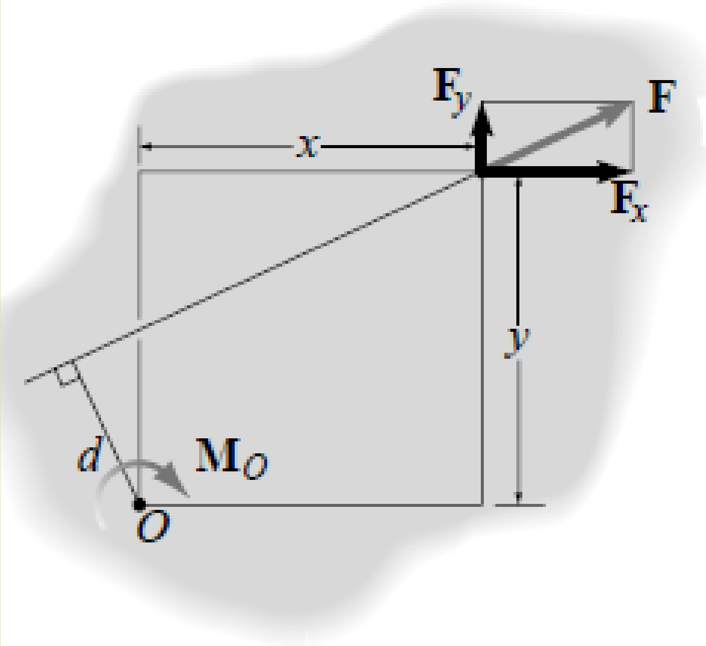
O princípio dos momentos

Como $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$, temos:

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r} \times \mathbf{F}_2$$

- O princípio dos momentos afirma que o momento de uma força em relação a um ponto é igual à soma dos momentos das componentes da força em relação ao mesmo ponto.





Para os problemas bidimensionais:

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{F}_x y - \mathbf{F}_y x$$

Pontos importantes

- O momento de uma força cria a tendência de um corpo girar em torno de um eixo passando por um ponto específico *O*.

- Usando a regra da mão direita, o sentido da rotação é indicado pela curva dos dedos, e o polegar é direcionado ao longo do eixo do momento, ou linha de ação do momento.

- A intensidade do momento é determinada através de $M_O = Fd$, onde *d* é chamado o braço do momento, que representa a distância perpendicular ou mais curta do ponto *O* à linha de ação da força.

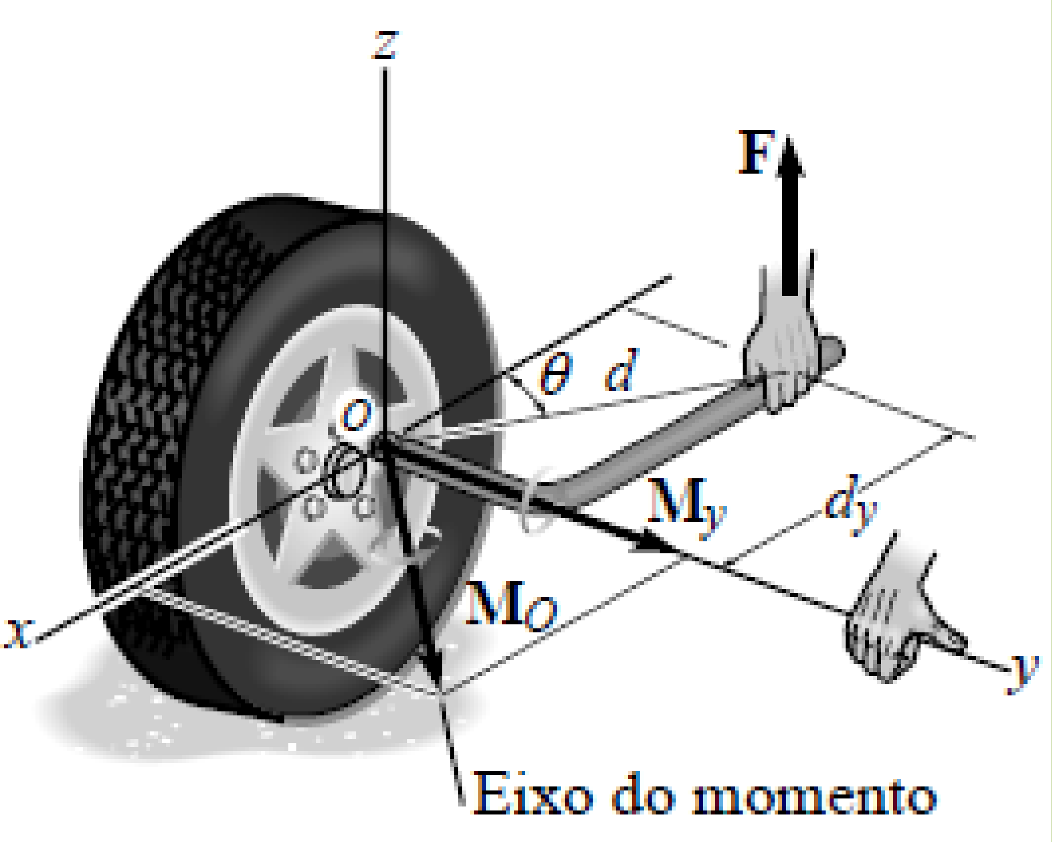
Pontos importantes

- Em três dimensões, o produto vetorial é usado para determinar o momento, ou seja, $\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$. Lembre-se de que **r** está direcionado do ponto *O* a qualquer ponto sobre a linha de ação de **F**.

- O princípio dos momentos afirma que o momento de uma força em relação a um ponto é igual à soma dos momentos das componentes da força em relação ao mesmo ponto.

Momento de uma força respeito de um eixo especifico

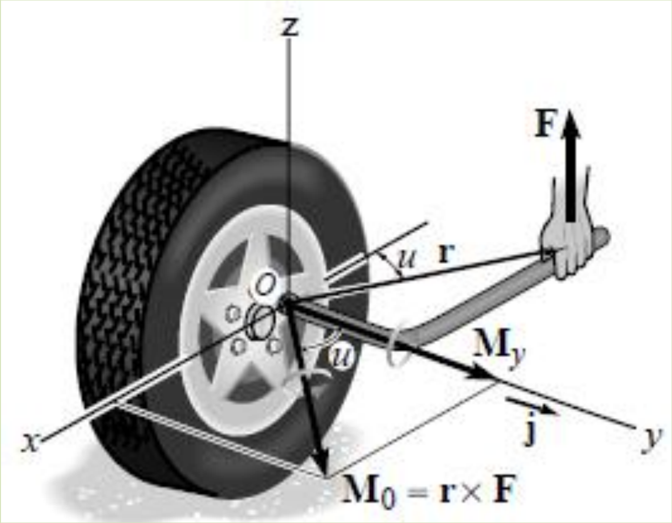
- Na figura, para determinar o efeito de rotação, apenas a componente y do momento é necessária, e o momento total produzido não é importante.



- Para determinar essa componente, podemos usar uma análise escalar ou vetorial.

Análise escalar

A intensidade do momento é: $M_0 = Fr\,\text{sen}\theta$

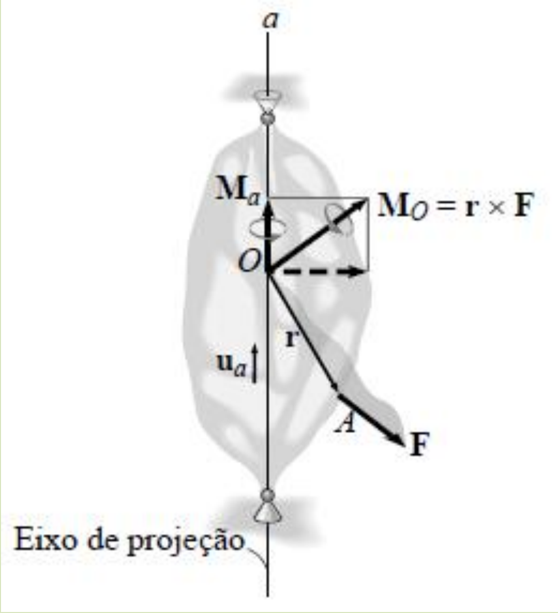


Análise vetorial

$$M_y = \mathbf{j} \cdot \mathbf{M}_O = \mathbf{j} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

Essa combinação é chamada de produto escalar triplo.

Em geral para qualquer direção a se obtém:



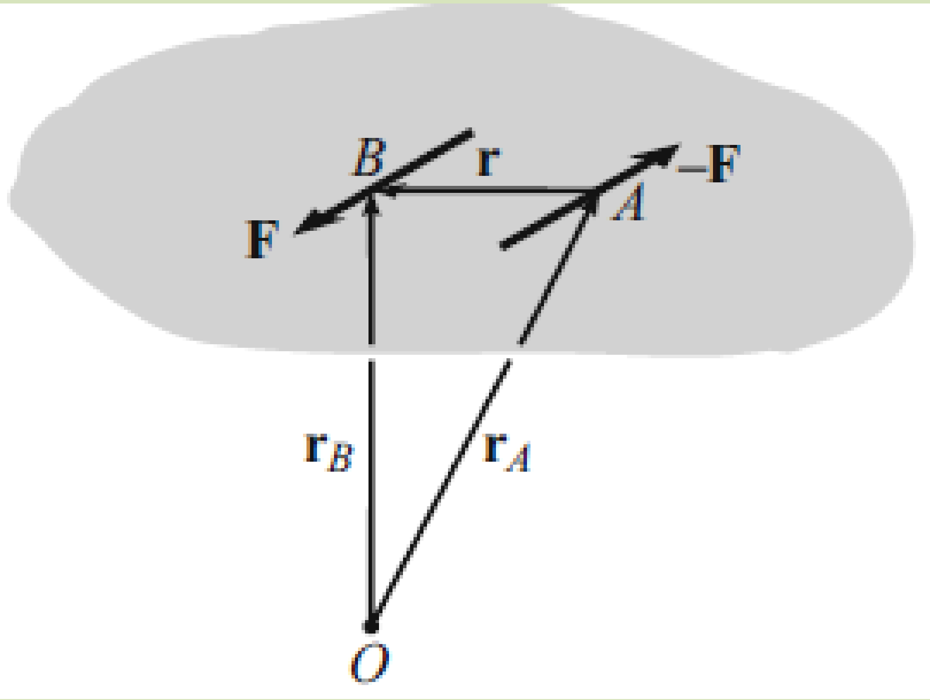
$$M_a = \mathbf{u}_a \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) = \begin{vmatrix} u_{a_x} & u_{a_y} & u_{a_z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

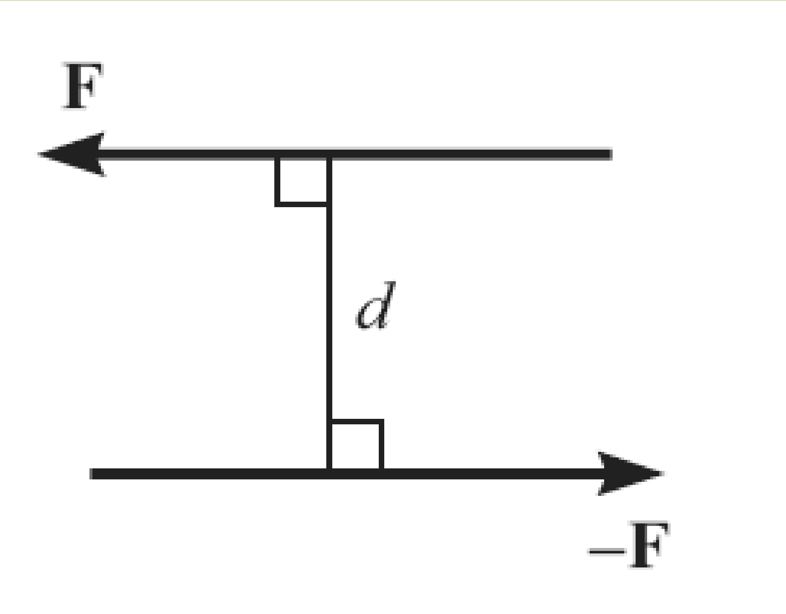
Pontos importantes

- O momento de uma força em relação a um eixo especificado pode ser determinado desde que a distância perpendicular a partir da linha de ação da força até o eixo possa ser determinada. $M_a = Fd_a$.
- Se usarmos a análise vetorial, $\mathbf{M}_a = \mathbf{u}_a \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$, onde $\mathbf{u}_a$ define a direção do eixo e $\mathbf{r}$ é definido a partir de qualquer ponto sobre o eixo até qualquer ponto sobre a linha de ação da força.
- Se M_a é calculado como um escalar negativo, então o sentido da direção de $\mathbf{M}_a$ é oposto a $\mathbf{u}_a$.

Momento de um binário

Um ***binário*** é definido como duas forças paralelas que têm a mesma intensidade, mas direções opostas, e são separadas por uma distância perpendicular *d*.





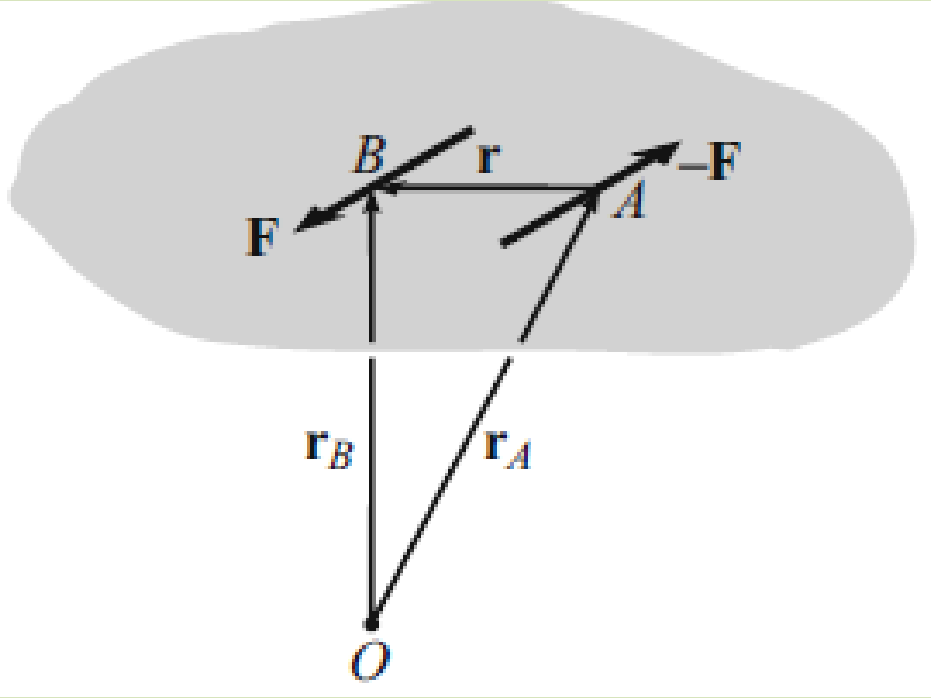
Momento de um binário

Por exemplo, os vetores posição $\mathbf{r}_A$ *e* $\mathbf{r}_B$ estão direcionados do ponto *O* para os pontos *A* e *B situados na linha de ação de –**F** e **F**.*

Portanto, o ***momento*** do binário em relação a *O* é

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_B \times \mathbf{F} + \mathbf{r}_A \times -\mathbf{F} = (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F}$$

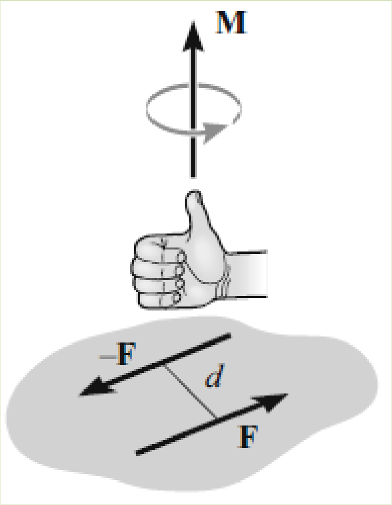
Entretanto, como $\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}$ ou $\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$, teremos que



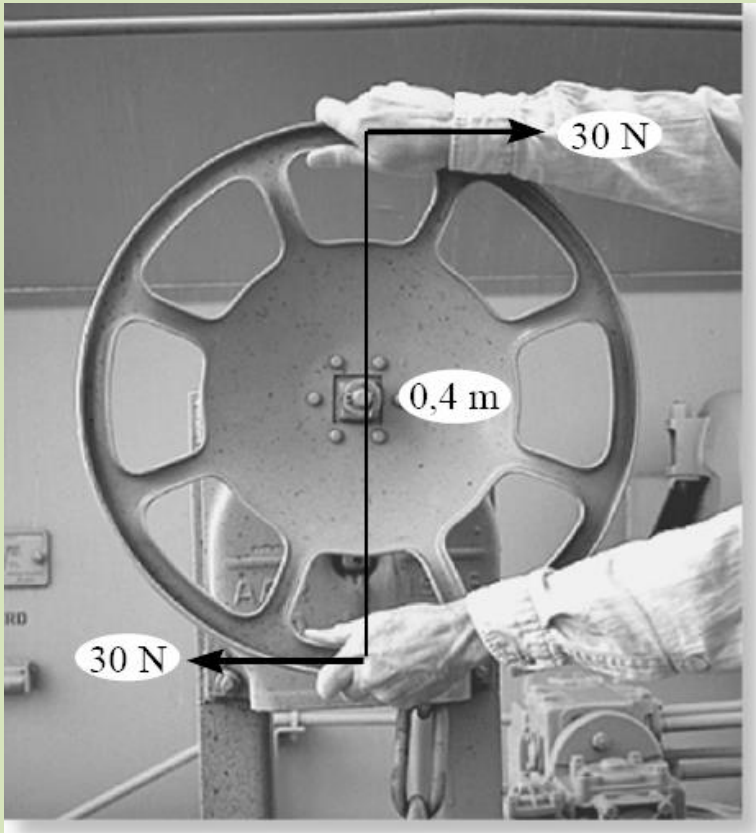
$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

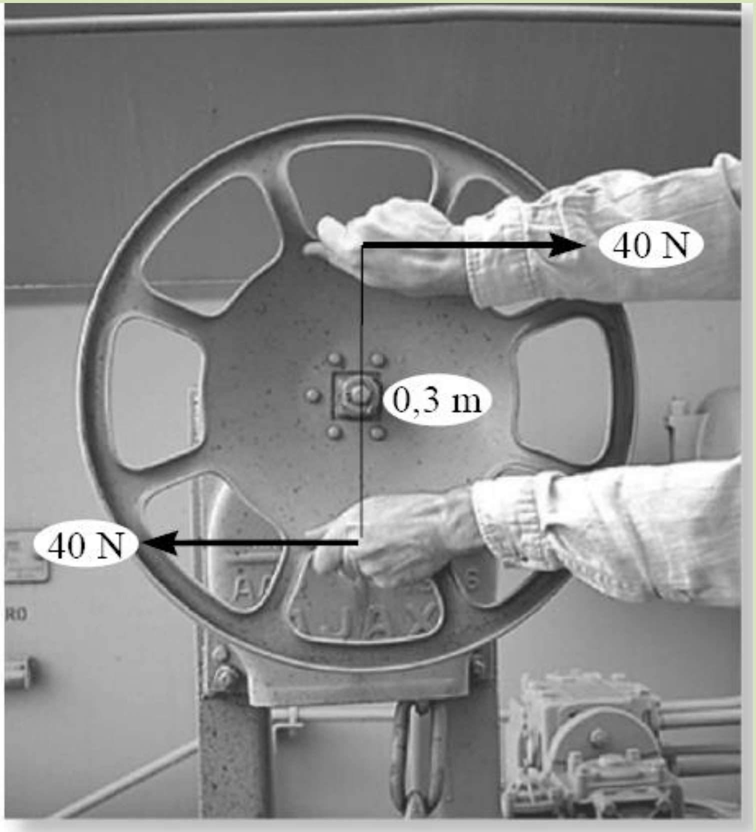
Formulação escalar

O momento de um binário **M** é definido como tendo uma *intensidade* de: M = Fd



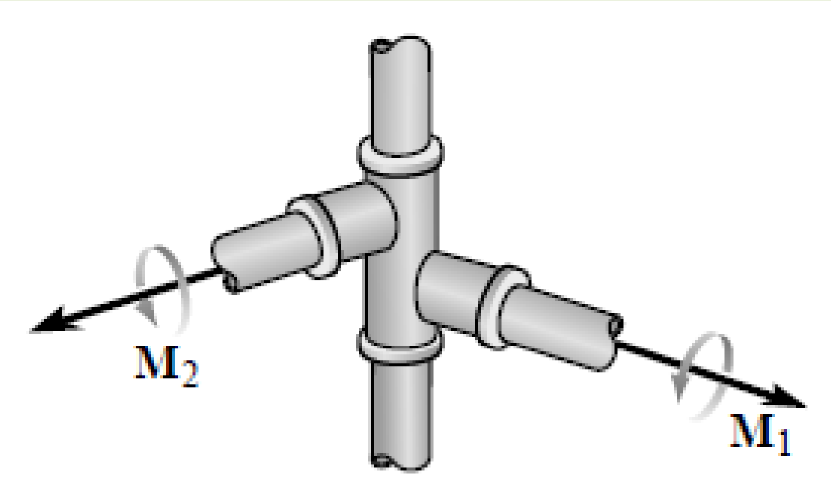
Binários equivalentes



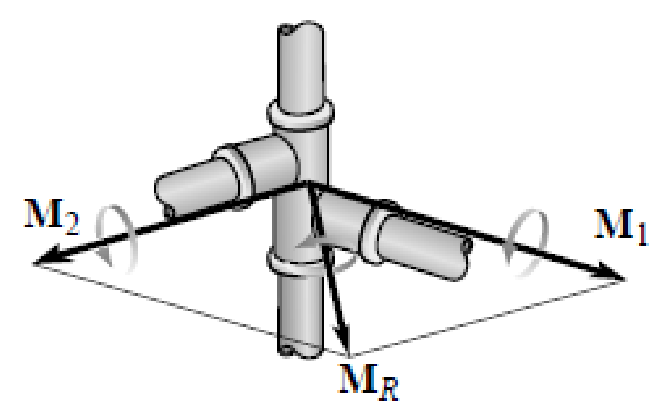


Momento de binário resultante

Considere os momentos binários $\mathbf{M}_1$ e $\mathbf{M}_2$ agindo sobre o tubo na figura.



Podemos unir suas origens em qualquer ponto arbitrário e encontrar o momento binário resultante, $\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, como mostra a figura ao lado:



Se mais de dois momentos de binário agem sobre o corpo, podemos generalizar esse conceito e escrever a resultante vetorial como:

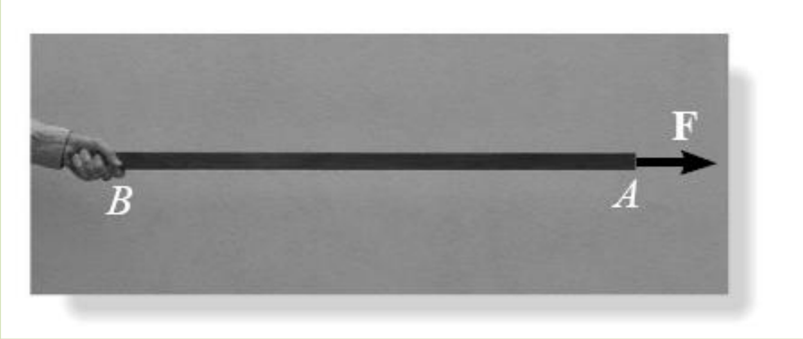
$$M_R = \Sigma(r \times F)$$

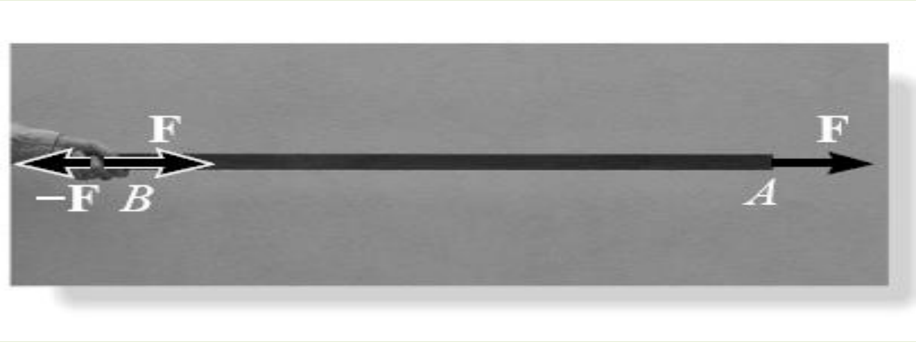
Pontos importantes

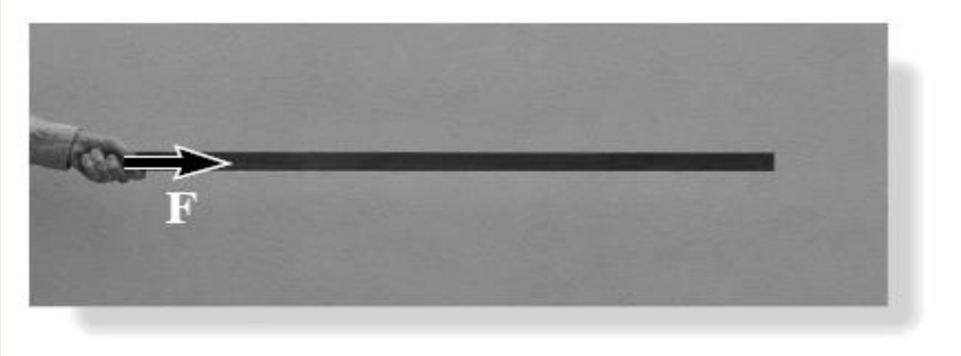
- Um momento de binário é produzido por duas forças não colineares que são iguais em intensidade, mas com direções opostas. Seu efeito é produzir rotação pura, ou tendência de rotação em uma direção específica.
- Um momento de binário é um vetor livre e, consequentemente, causa o mesmo efeito rotacional em um corpo, independentemente de onde o momento de binário é aplicado ao corpo.
- Em três dimensões, o momento de binário geralmente é determinado usando a formulação vetorial, $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, onde $\mathbf{r}$ é direcionado a partir de qualquer ponto sobre a linha de ação de uma das forças até qualquer ponto sobre a linha de ação da outra força $\mathbf{F}$.
- Um momento de binário resultante é simplesmente a soma vetorial de todos os momentos de binário do sistema.

Simplificação de um sistema de forças e binários

- Um sistema é equivalente se os *efeitos externos* que ele produz sobre um corpo são iguais aos causados pelo sistema de forças e momentos binários originais.
- Nesse contexto, os efeitos externos de um sistema se referem ao movimento de rotação e translação do corpo se este estiver livre para se mover, ou se refere às forças reativas nos suportes se o corpo é mantido fixo.







E se a força **F** for perpendicular?

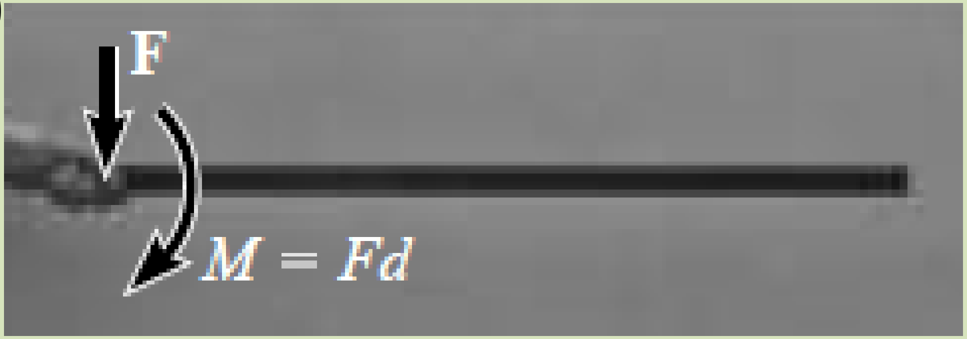
Simplificação de um sistema de forças e binários

Se **F** for aplicado perpendicularmente ao bastão, como na Figura (a), então podemos aplicar um par de forças **F** e –**F** iguais e opostas no ponto B (b). A força **F** agora é aplicada em B, e as outras duas forças, **F** em A e –**F** em B, formam um binário que produz o momento de binário M = Fd (c).

(a)

(b)

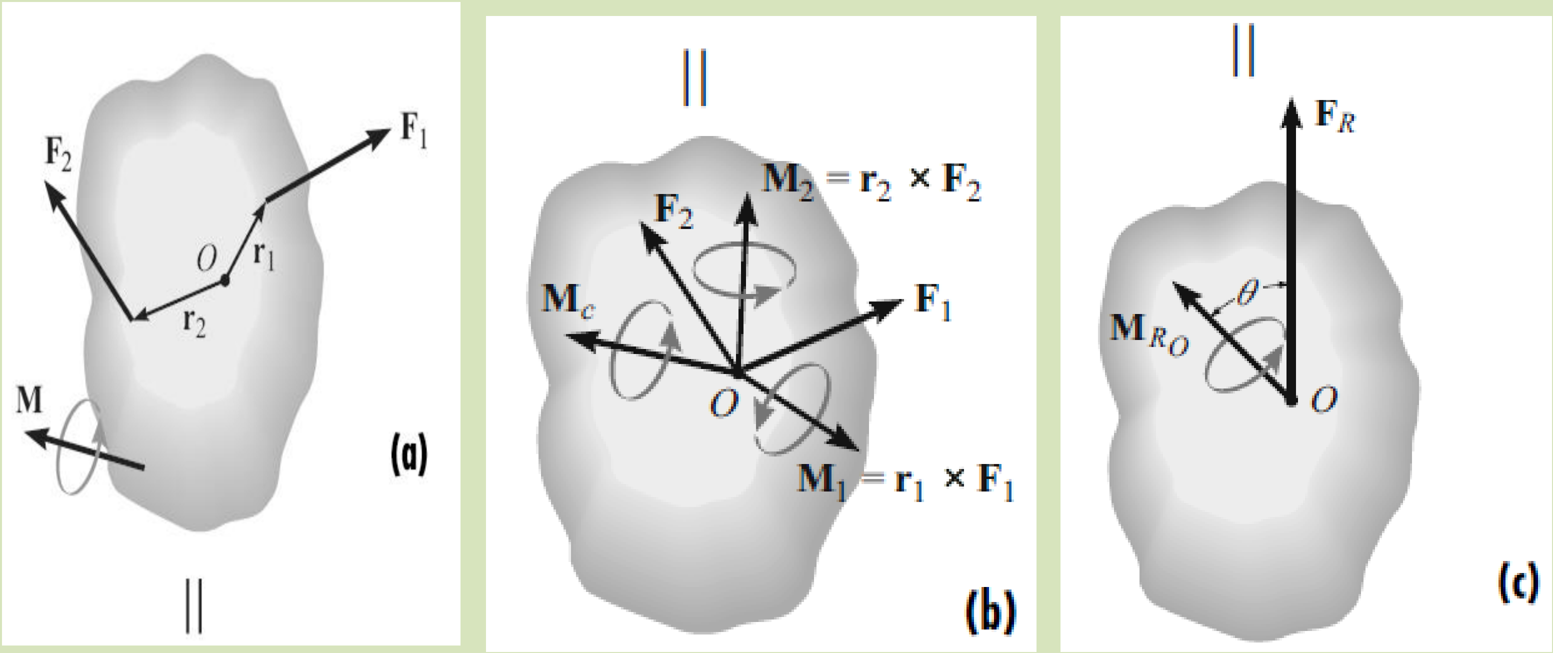
(c)



Podemos generalizar esse método de reduzir um sistema de forças e binários a uma força resultante $\mathbf{F}_R$ equivalente agindo no ponto O e um momento de binário resultante $(\mathbf{M}_R)_O$ (decorrente do deslocamento das forças na figura b) usando as duas equações a seguir:

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$$

$$(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma \mathbf{M}_O + \Sigma \mathbf{M}$$



No caso bidimensional, essas equações vetoriais se reduzem às três equações escalares a seguir:

$$(F_R)_x = \Sigma F_x$$

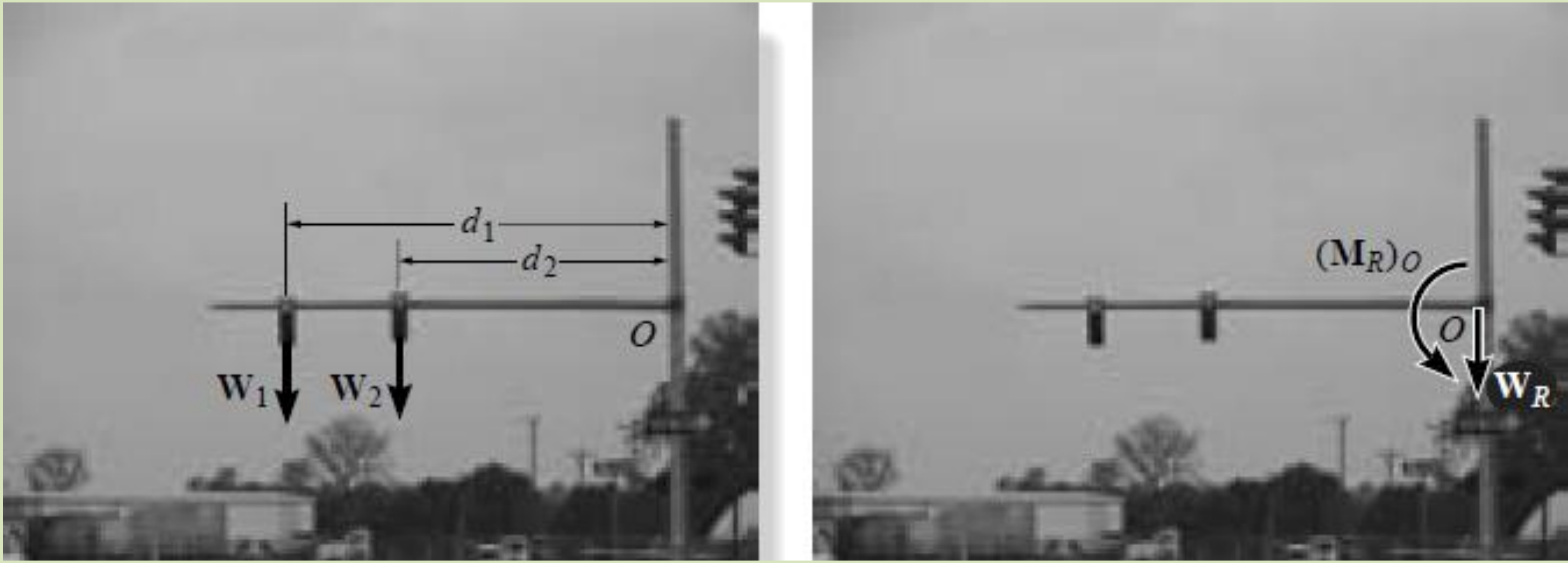
$$(F_R)_y = \Sigma F_y$$

$$(M_R)_O = \Sigma M_O + \Sigma M$$

Sistema de forças e momentos binários

Em este exemplo, a resultante é determinada pela suas duas componentes:

$$(F_R)_x \text{ e } (M_R)_o$$



Procedimentos para análise

- Estabeleça os eixos coordenados com a origem localizada no ponto *O* e o eixo tendo uma orientação selecionada.

Somatória das forças

- Se o sistema de forças for *coplanar*, decomponha cada força em suas componentes *x* e *y*. Se uma componente estiver direcionada ao longo do eixo positivo *x* ou *y*, ela representa um escalar positivo*;* enquanto se estive*r* direcionada ao longo do eixo negativo *x ou y*, ela é um escalar negativo.

- Em três dimensões, represente cada força como um vetor cartesiano antes de somar as forças.

Procedimentos para análise

Somatória dos momentos

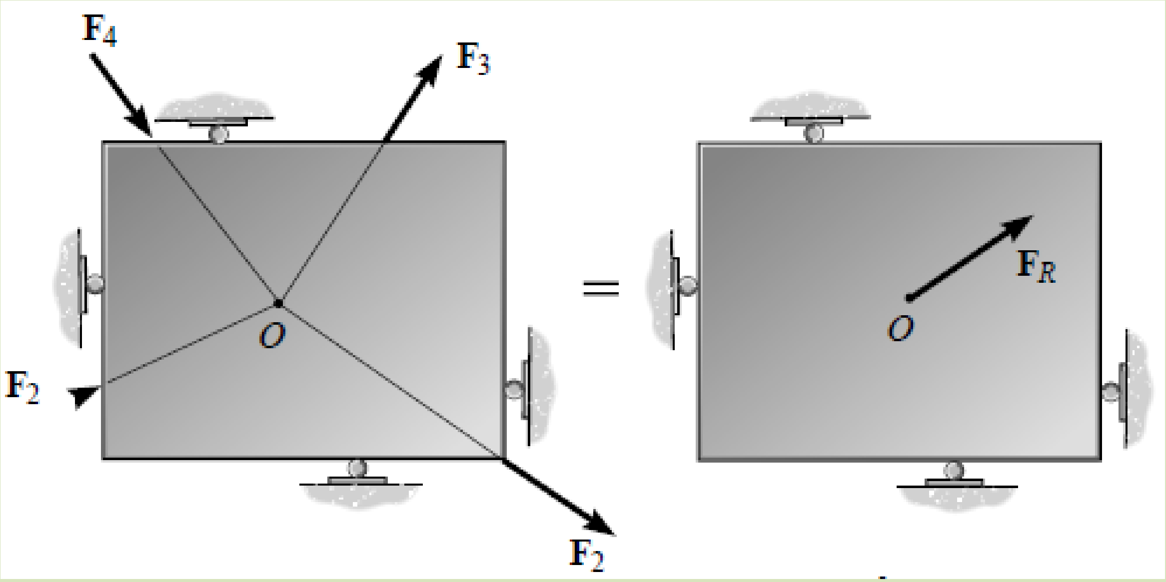
- Ao determinar os momentos de um sistema de forças *coplanares* em relação ao ponto *O*, normalmente é vantajoso usar o princípio dos momentos, ou seja, determinar os momentos das componentes de cada força, em vez do momento da própria força.

- Em três dimensões, use o produto vetorial para determinar o momento de cada força em relação ao ponto *O*. Aqui, os vetores posição se estendem de *O* até qualquer ponto sobre a linha de ação de cada força.

Simplificações adicionais de um sistema da forças e binários

Sistema de forças concorrentes

O sistema equivalente pode ser representado por uma única força resultante agindo em *O*.

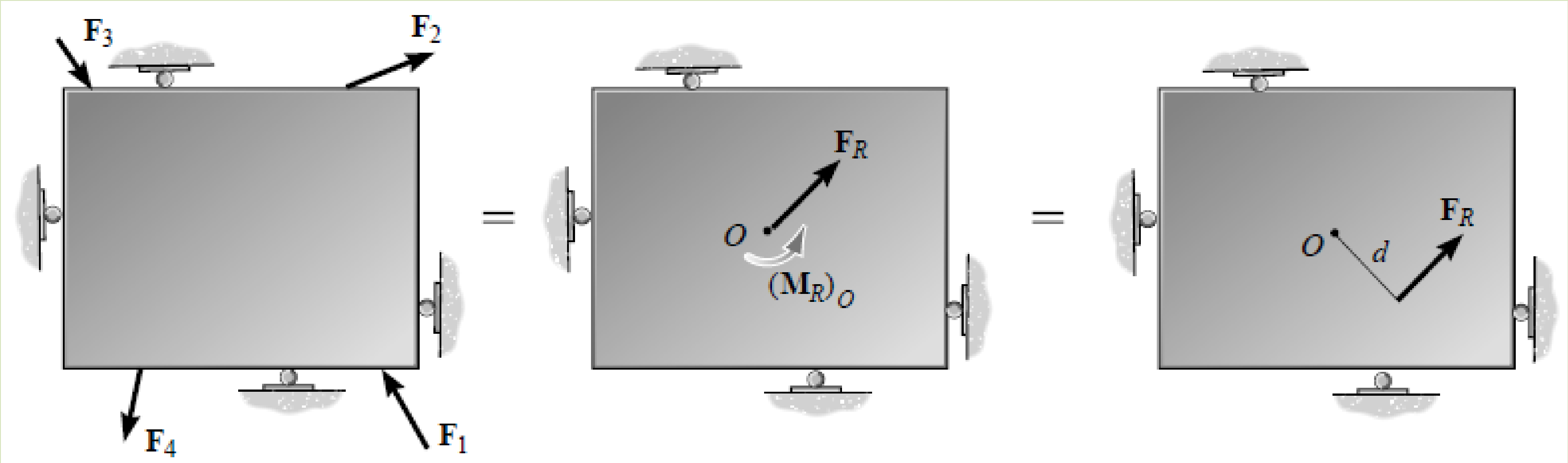


Sistema de forças coplanares

Sistema de forças não concorrentes

A distância d pode ser determinada através da equação escalar:

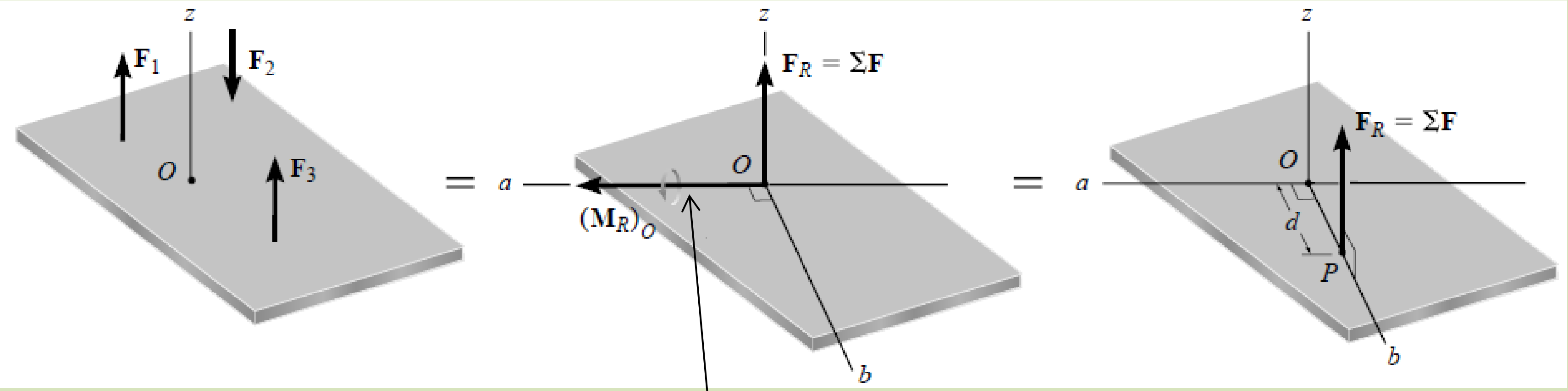
$$(M_R)_O = F_R d = \Sigma M_O \text{ ou } d = (M_R)_O / F_R$$



Sistema de forças paralelas

A distância d ao longo do eixo perpendicular b a partir do ponto O requer:

$$(M_R)_O = F_R d = \Sigma M_O \text{ ou } d = \Sigma M_O / F_R$$



Errado

Somatória dos momentos

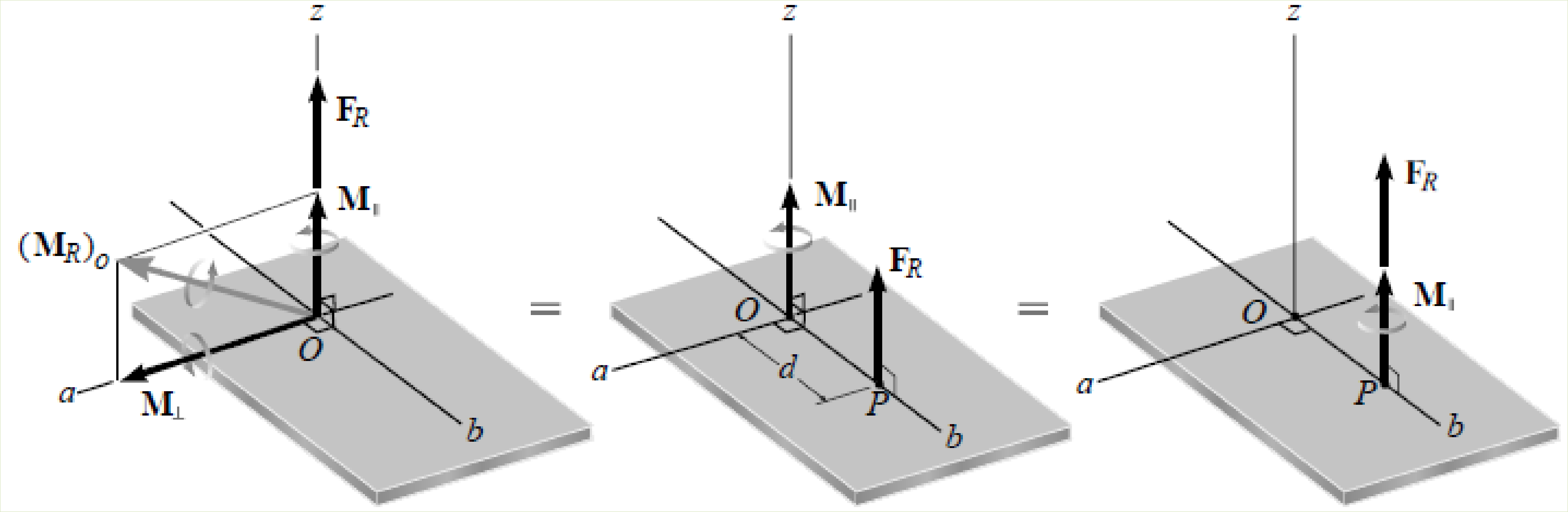
- O momento da força resultante em relação ao ponto *O* é igual à soma de todos os momentos de binário no sistema mais os momentos de todas as forças no sistema em relação a *O*.

- Essa condição de momento é usada para encontrar a posição da força resultante em relação ao ponto *O*.

Redução a um torsor

A combinação de uma força resultante F_R e um momento de binário colinear $M_{||}$ tenderá a transladar e girar o corpo em relação ao seu eixo. Esta combinação é chamada **torsor**.

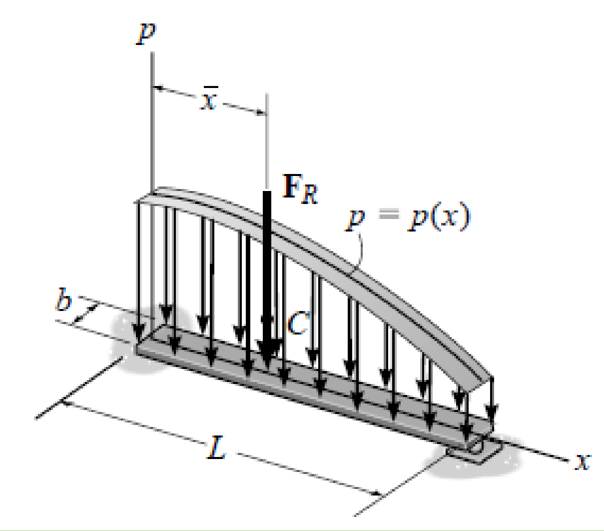
Veja que em geral o momento resultante não é paralelo a F_R, mas ele pode ser decomposto e sua componente perpendicular cancelada por um deslocamento da F_R.



Cargas distribuídas

São cargas distribuídas:

- a pressão do vento sobre a superfície de um cartaz de propaganda,
- a pressão da água dentro de um tanque,
- o peso da areia sobre o piso de uma caixa de armazenamento.

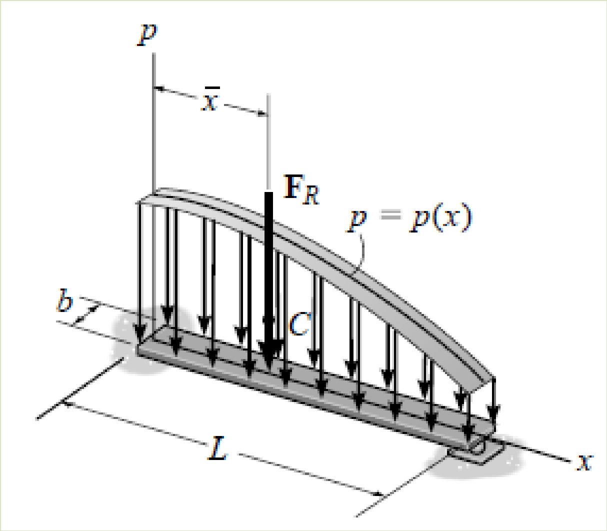


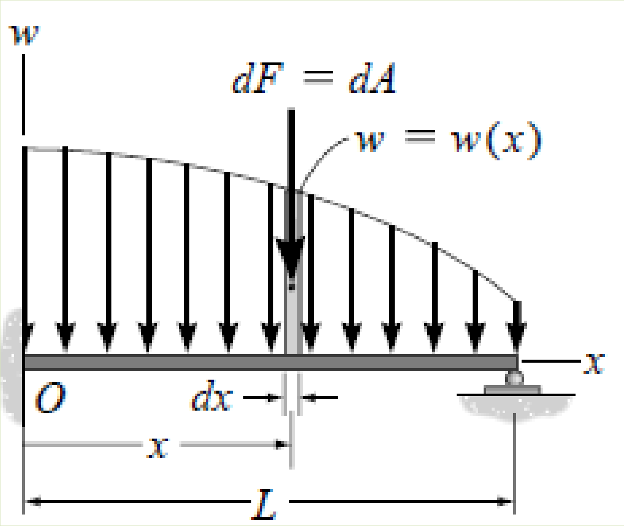
Intensidade da força resultante

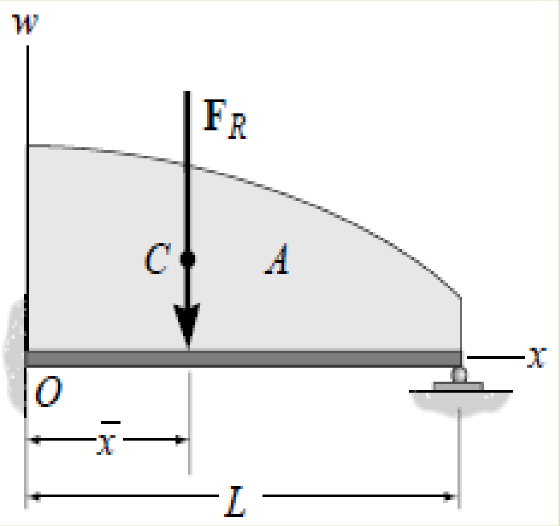
A intensidade de *d*F é determinada pela área diferencial em cinza *d*A abaixo da curva de carregamento. Para o comprimento inteiro L,

$$+\downarrow F_R = \sum F \qquad\qquad F_R = \int_L w(x)\,dx = \int_A dA = A$$

Portanto, a intensidade da força resultante é igual à área total A sob o diagrama de carregamento.







Posição da força resultante

Aplicando a equação $(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma\mathbf{M}_O$ a posição da linha de ação da força resultante pode ser obtida igualando os momentos da força resultante e da distribuída em relação ao ponto O. Como d**F** produz um momento dF x = x *W*(x) dx em relação a O então

$$-\bar{x}F_R = -\int_L xw(x)dx$$

$$\bar{x} = \frac{\int_L xw(x)dx}{\int_L w(x)dx} = \frac{\int_A x\,dA}{\int_A dA}$$

A força resultante tem uma linha de ação que passa pelo centroide C (centro geométrico) da área sob o diagrama de carregamento.

Pontos importantes

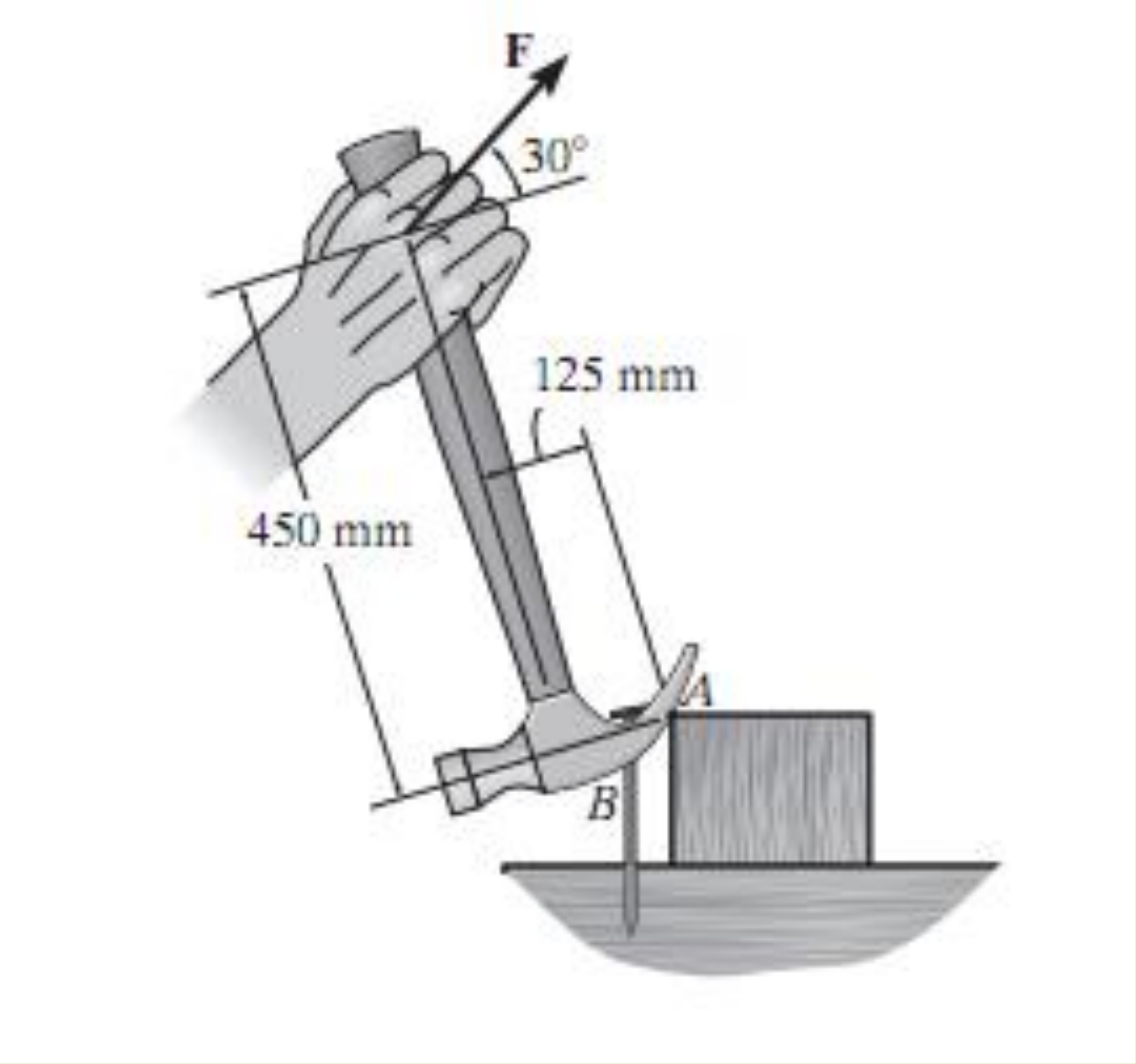
- As cargas distribuídas coplanares são definidas usando-se uma função de carga $w = w(x)$ que indica a intensidade do carregamento ao longo da extensão de um membro. Essa intensidade é medida em N/m.

- Os efeitos externos causados por uma carga distribuída coplanar atuando sobre um corpo podem ser representados por uma única força resultante.

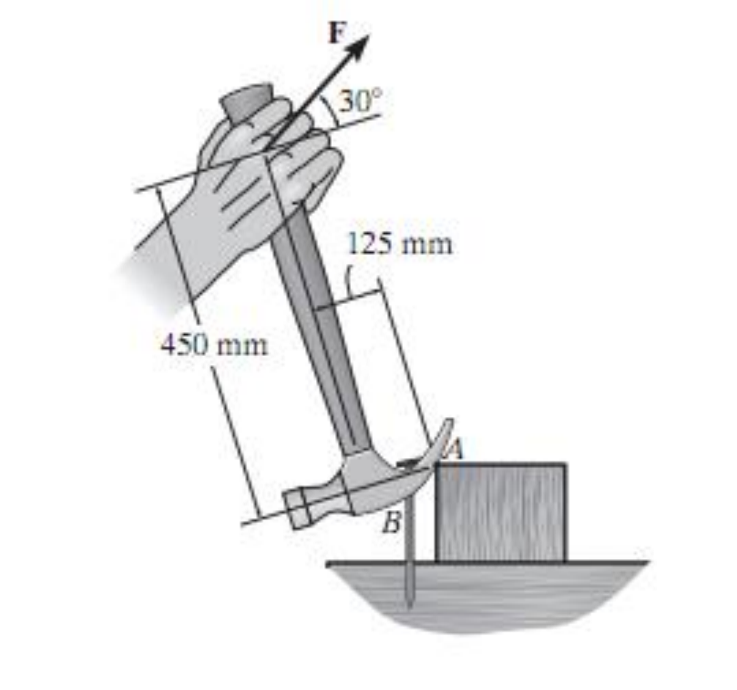
- Essa força resultante é equivalente à área sob o diagrama de carga e tem uma linha de ação que passa pelo centroide ou centro geométrico dessa área.

Exemplo 1:

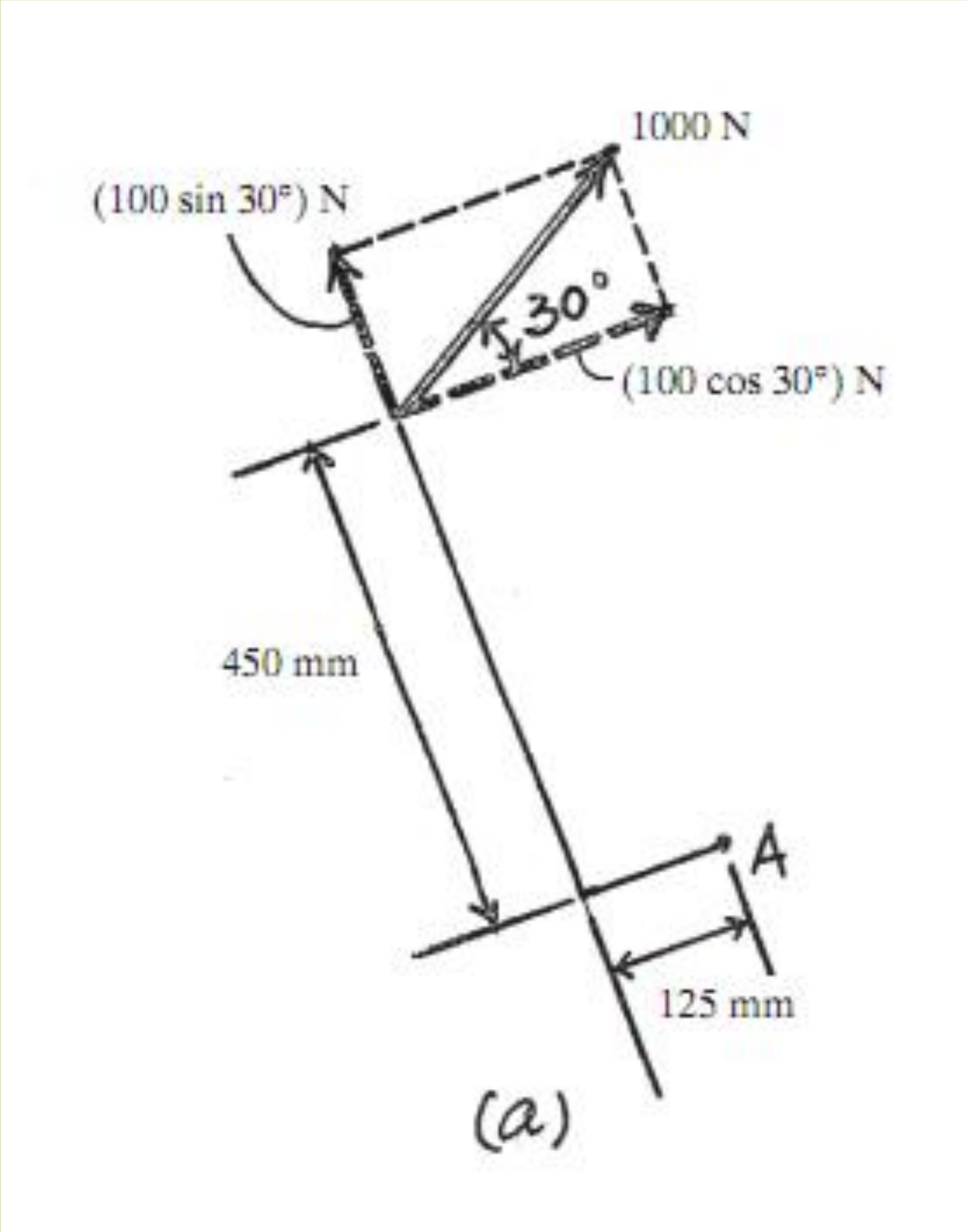
O cabo do martelo está sujeito a uma força de 1000 N. Qual o momento respeito do ponto A?



Exemplo 1:

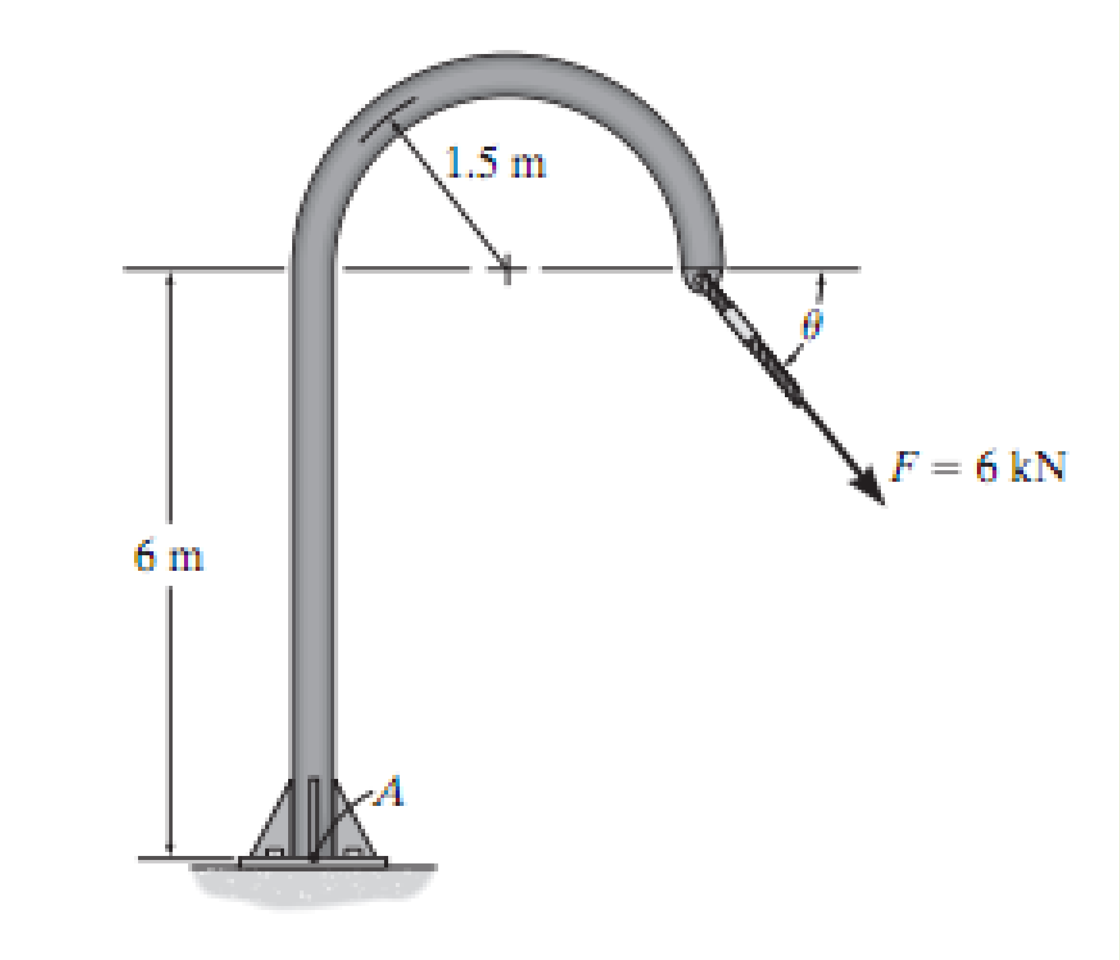


$$\circlearrowleft + M_A = [-1000\cos 30° (450) - 1000\sin 30° (125)](10^{-3})$$
$$= -452.2\ \text{N}\cdot\text{m} = 452\ \text{N}\cdot\text{m} \quad \text{(clockwise)}$$

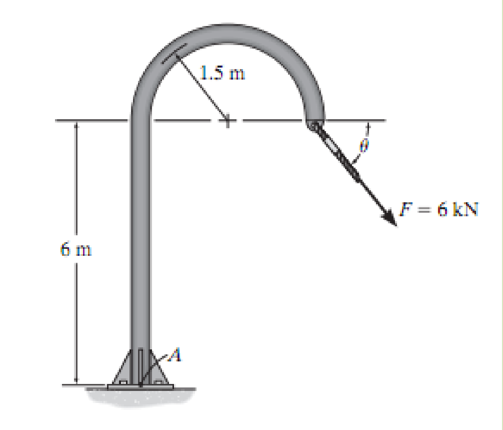


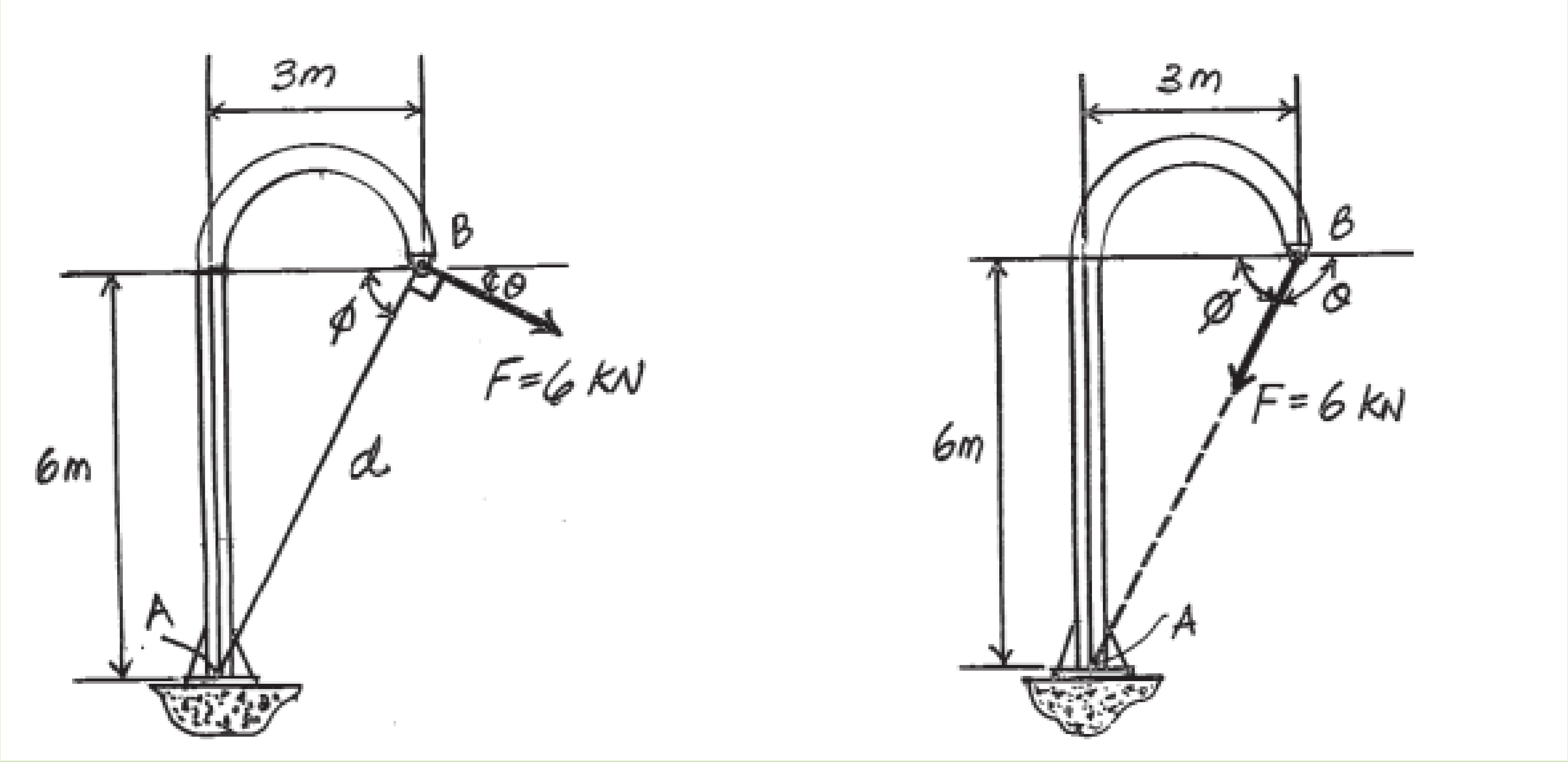
Exemplo 2:

Qual o ângulo da força F (entre 0º e 180º) que produz o momento máximo e mínimo respeito do ponto A? Quais os valores desses momentos máximo e mínimo?



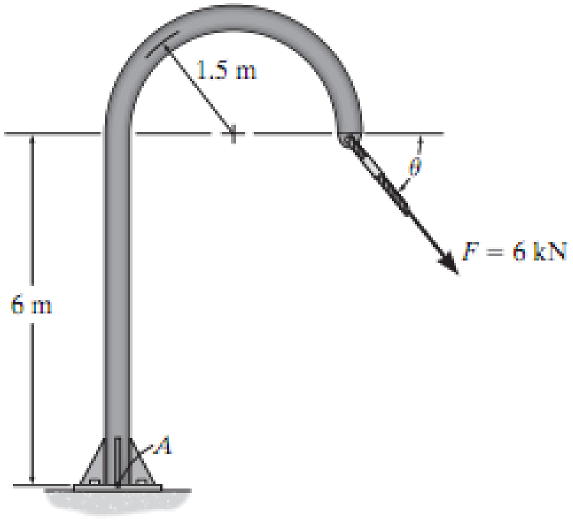
Exemplo 2:





Exemplo 2:

In order to produce the maximum moment about point A, force $\mathbf{F}$ must act perpendicular to line AB, Fig. a. From the geometry of the diagram,



$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{6}{3}\right) = 63.43°$$

$$\theta = 90° - \phi = 90° - 63.43° = 26.6°$$ **Ans**

Also,

$$d = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}\text{ m}$$

The maximum moment of $\mathbf{F}$ about point A is given by

$$(M_A)_{max} = Fd = 6\left(\sqrt{45}\right) = 40.2\text{ kN}\cdot\text{m}$$

The minimum moment of $\mathbf{F}$ about point A occurs when the line of action of $\mathbf{F}$ passes through point A. Referring to Fig. b,

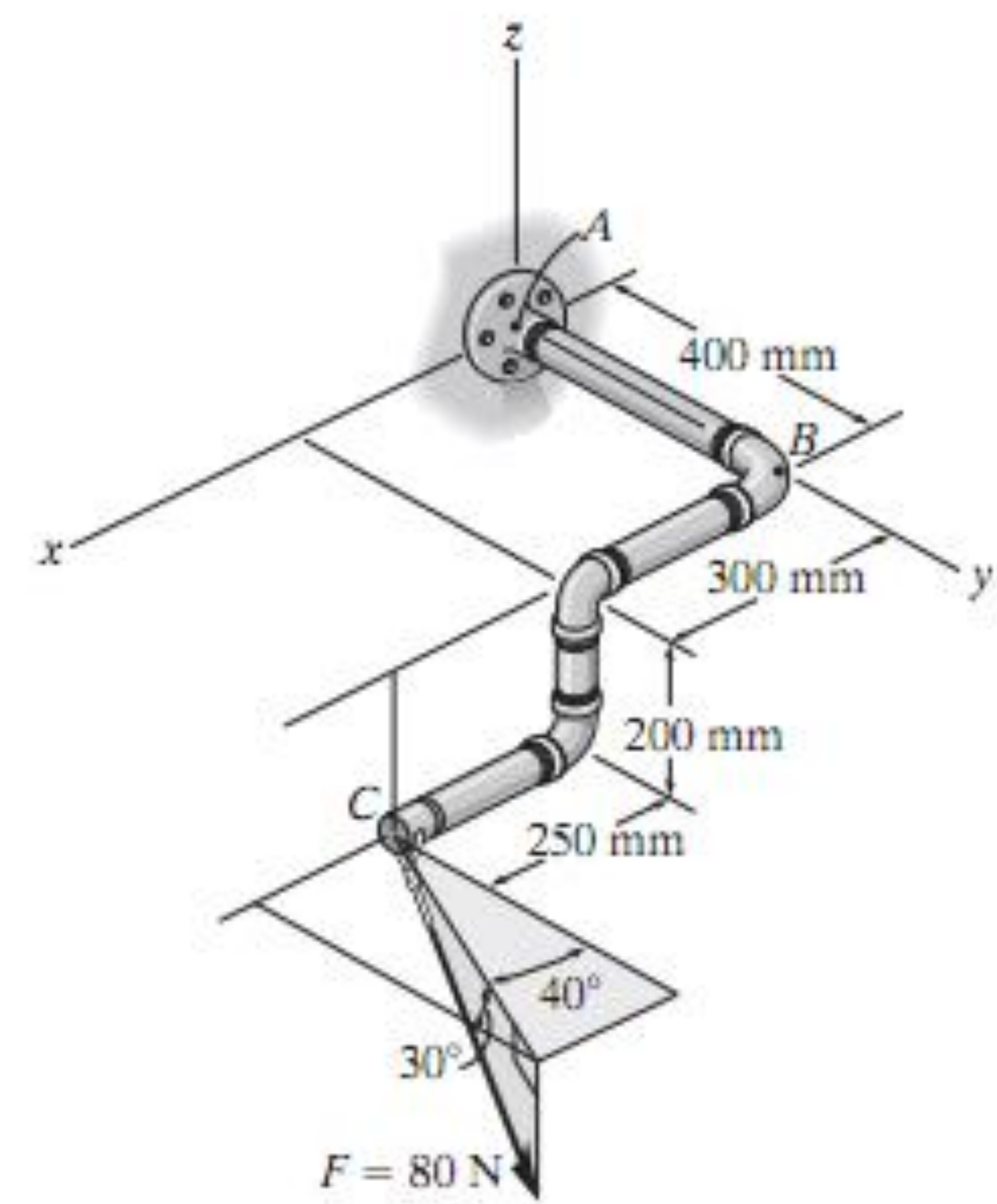
$$\theta = 180° - \phi = 180° - 63.43° = 117°$$ **Ans**

and

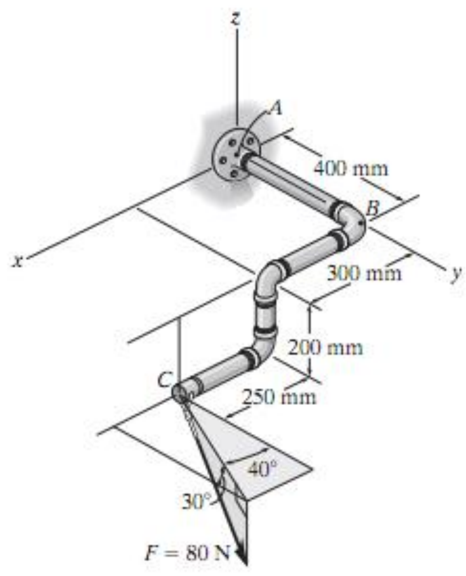
$$(M_A)_{min} = Fd = 6(0) = 0$$ **Ans**

Exemplo 3:

O conjunto da figura está sujeito a uma força de 80N aplicada no ponto C. Determine o momento dessa força respeito do ponto A



Exemplo 3:



Position Vector And Force Vector:

$$\mathbf{r}_{AC} = \{(0.55 - 0)\mathbf{i} + (0.4 - 0)\mathbf{j} + (-0.2 - 0)\mathbf{k}\} \text{ m}$$
$$= \{0.55\mathbf{i} + 0.4\mathbf{j} - 0.2\mathbf{k}\} \text{ m}$$

$$\mathbf{F} = 80\,(\cos 30° \sin 40°\mathbf{i} + \cos 30° \cos 40°\mathbf{j} - \sin 30°\mathbf{k}) \text{ N}$$
$$= \{44.53\mathbf{i} + 53.07\mathbf{j} - 40.0\mathbf{k}\} \text{ N}$$

Moment of Force* F *About Point A: Applying Eq. 4–7, we have

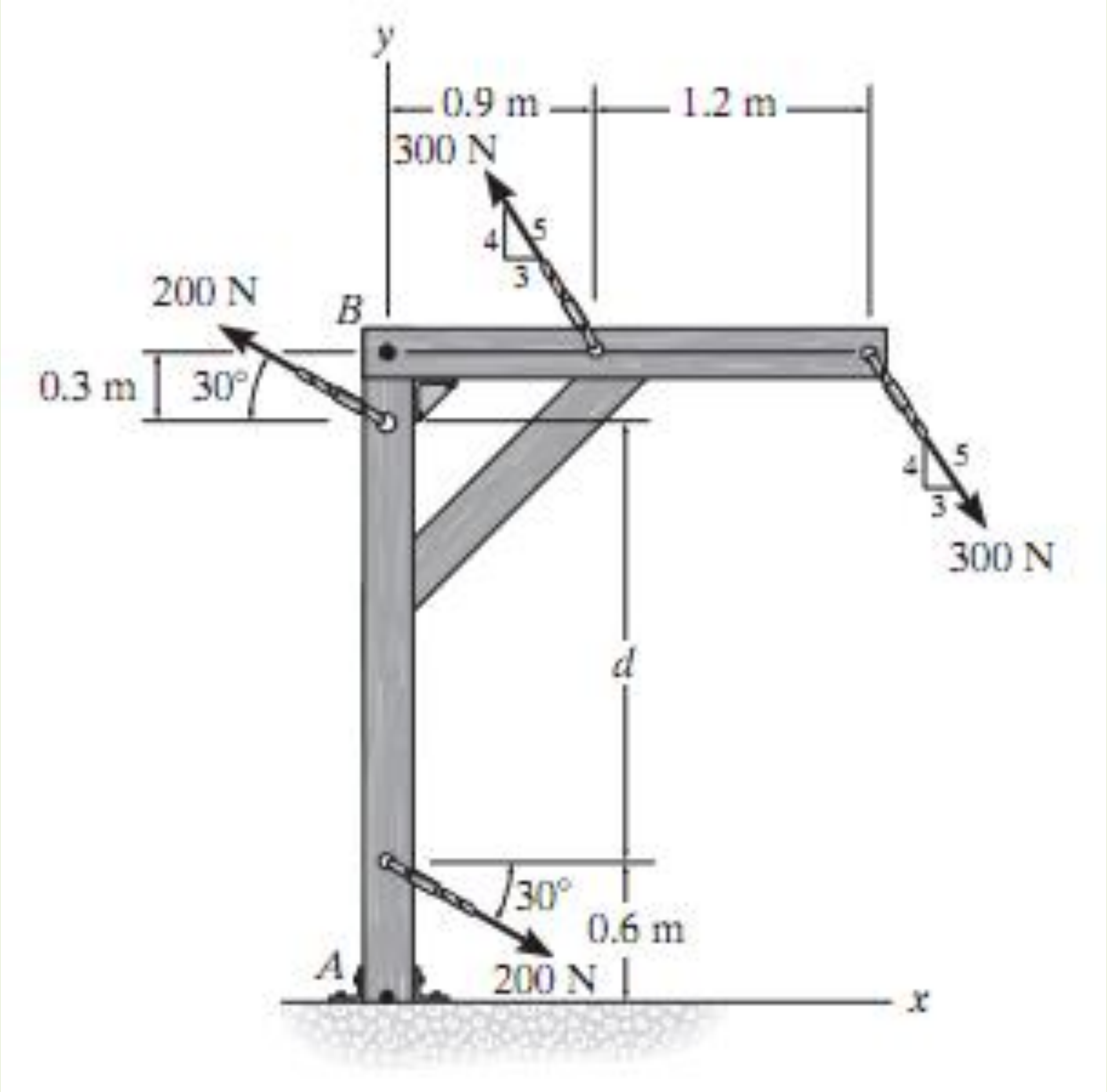
$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{AC} \times \mathbf{F}_B$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.55 & 0.4 & -0.2 \\ 44.53 & 53.07 & -40.0 \end{vmatrix}$$

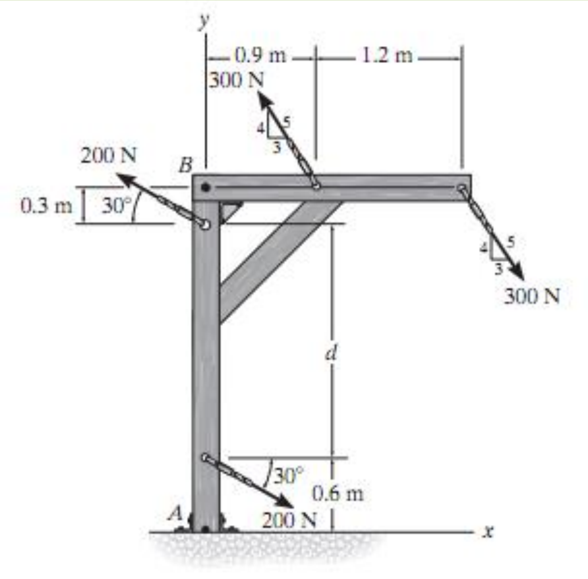
$$= \{-5.39\mathbf{i} + 13.1\mathbf{j} + 11.4\mathbf{k}\} \text{ N}\cdot\text{m} \qquad \textbf{Ans}$$

Exemplo 4:

Dois binários atuam na estrutura da figura. Se d=1,2 m determine o momento de binário resultante. Calcule o resultado decompondo cada força em componentes x e y e a) encontrando o momento de cada binário e b) somando os momentos de todas as componentes de força em relação ao ponto A



Exemplo 4:



$$\text{(a)} \quad \circlearrowleft + M_C = 200 \cos 30° \,(1.2) - 300\left(\frac{4}{5}\right)(1.2)$$

$$= -80.15 \text{ N}\cdot\text{m} = 80.15 \text{ N}\cdot\text{m} \circlearrowright \quad \textbf{Ans}$$

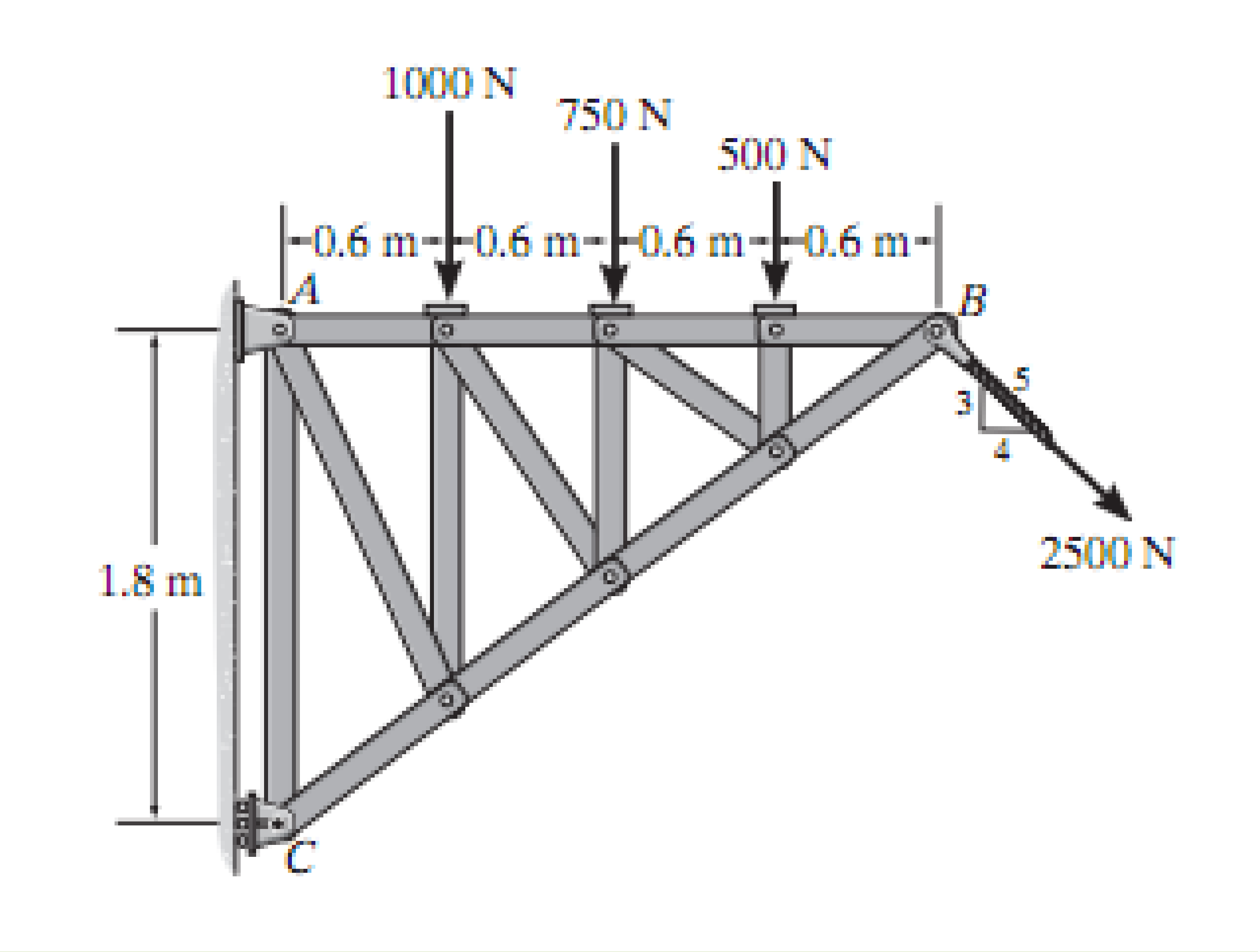
$$\text{(b)} \quad \circlearrowleft + M_C = -200 \cos 30° \,(0.6) + 200 \cos 30° \,(1.8) + 300\left(\frac{4}{5}\right)(0.9) +$$

$$300\left(\frac{3}{5}\right)(2.1) - 300\left(\frac{4}{5}\right)(2.1) - 300\left(\frac{3}{5}\right)(2.1)$$

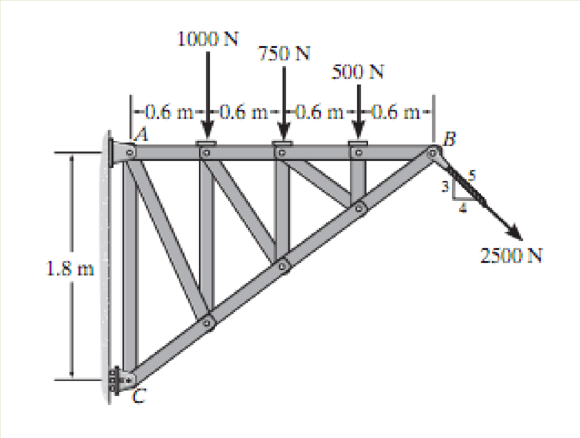
$$= -80.15 \text{ N}\cdot\text{m} = 80.15 \text{ N}\cdot\text{m} \circlearrowright \quad \textbf{Ans}$$

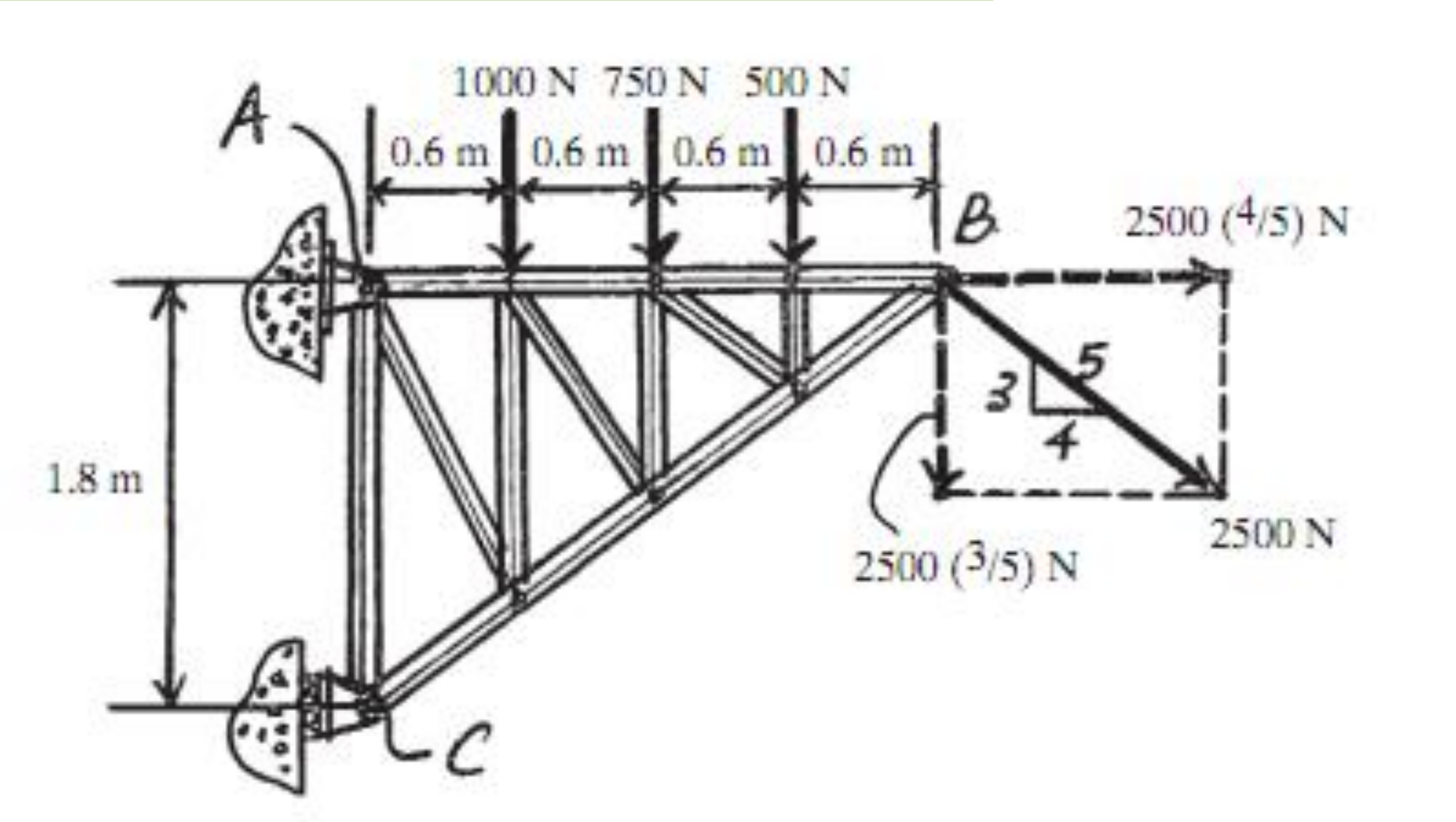
Exemplo 5:

Substituir o sistema de forças atuando na treliça da figura por uma força e um momento de binário resultante agindo no ponto C



Exemplo 5:


1000 N
750 N
500 N
0.6 m
0.6 m
0.6 m
0.6 m
A
B
5
3
4
2500 N
1.8 m
C


1000 N
750 N
500 N
A
0.6 m
0.6 m
0.6 m
0.6 m
B
2500 (4/5) N
5
3
4
1.8 m
2500 N
2500 (3/5) N
C

Exemplo 5:

Equivalent Resultant Force: The 2500-N force is resolved into its x and y components, Fig. a. Summing these force components algebraically along the x and y axes,

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma(F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 2500\left(\frac{4}{5}\right) = 2000\text{ N} \rightarrow$$

$$+\uparrow\Sigma(F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = -1000 - 750 - 500 - 2500\left(\frac{3}{5}\right) = -3750\text{ N} = 3750\text{ N}\downarrow$$

The magnitude of the resultant force $\mathbf{F}_R$ is given by

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^{\,2} + (F_R)_y^{\,2}} = \sqrt{2000^2 + 3750^2} = 4250\text{ N} \qquad \textbf{Ans}$$

The angle θ of $\mathbf{F}_R$ is

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{3750}{2000}\right] = 61.93^\circ = 61.9^\circ \qquad \textbf{Ans}$$

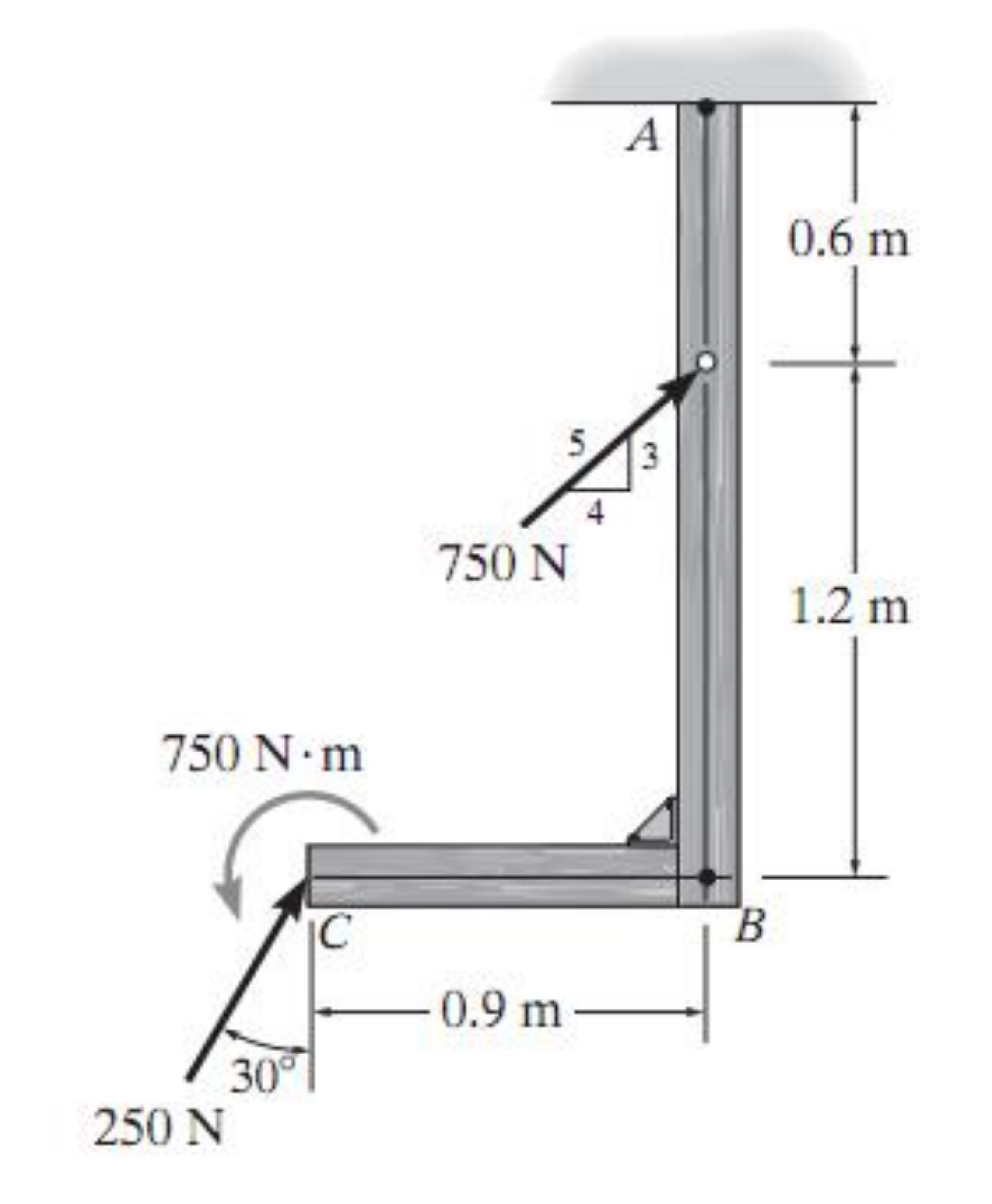
Equivalent Couple Moment: Summing the moment of the forces and force components, Fig. a, algebraically about point C,

$$\circlearrowleft + (M_R)_C = \Sigma M_C; \qquad (M_R)_C = -1000\,(0.6) - 750\,(1.2) - 500\,(1.8) - 2500\left(\frac{3}{5}\right)(2.4) - 2500\left(\frac{4}{5}\right)(1.8)$$

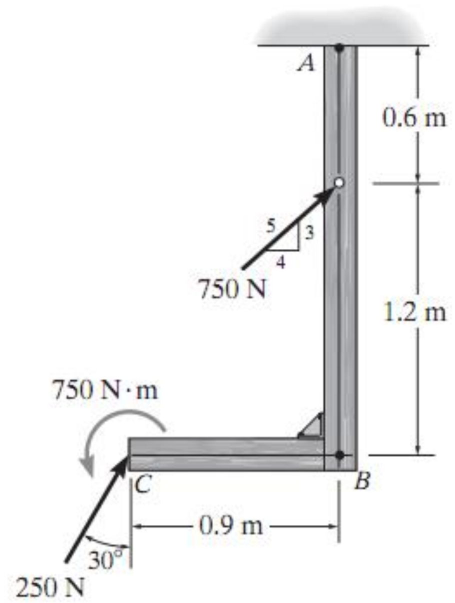
$$= -9600\text{ N}\cdot\text{m} = 9.60\text{ kN}\cdot\text{m (clockwise)} \qquad \textbf{Ans}$$

Exemplo 6:

Substituir o sistema de forças e os binários atuando na estrutura da figura por uma força resultante equivalente e especifique onde a linha de ação da resultante intercepta o membro AB medida a partir de A



Exemplo 6:



$$\xrightarrow{+} F_{Rx} = \Sigma F_x; \qquad F_{Rx} = 750\left(\frac{4}{5}\right) + 250 \sin 30° = 725 \text{ N}$$

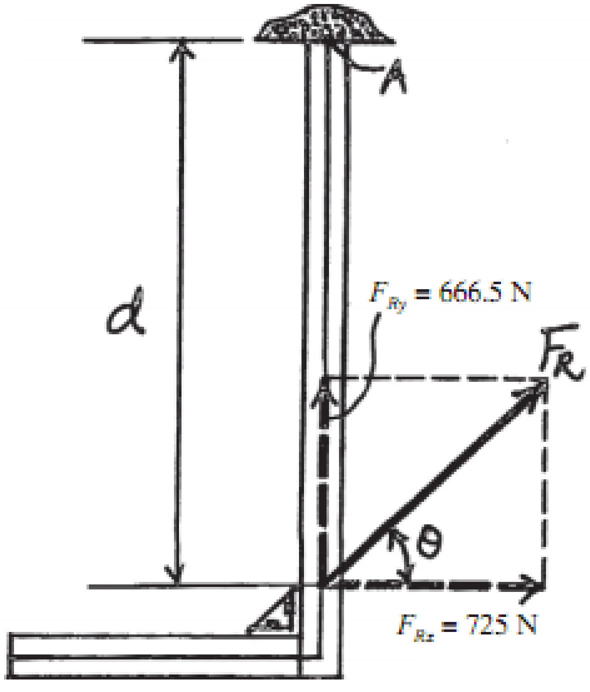
$$+\uparrow F_{Ry} = \Sigma F_y; \qquad F_{Ry} = 250 \cos 30° + 750\left(\frac{3}{5}\right) = 666.5 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{(725)^2 + (666.5)^2} = 984.8 \text{ N} \qquad \textbf{Ans}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{666.5}{725}\right) = 42.6° \qquad \textbf{Ans}$$

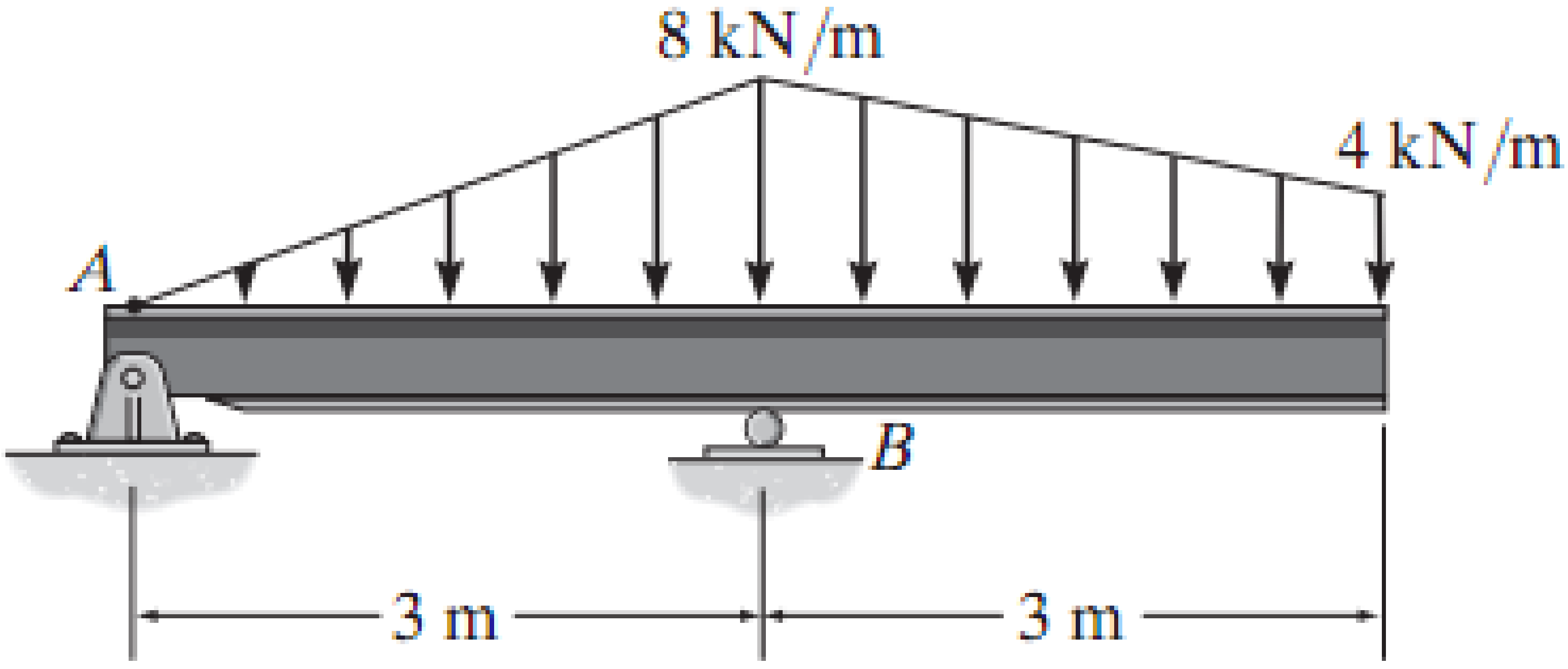
$$\circlearrowleft + M_{RA} = \Sigma M_A; \qquad 725\,(d) = 750\left(\frac{4}{5}\right)(0.6) - 250 \cos 30° \,(0.9) + 250 \sin 30° \,(1.8) + 750$$

$$d = 1.57 \text{ m} \qquad \textbf{Ans}$$



Exemplo 7:

Substituir o carregamento distribuído por uma força resultante equivalente e especifique sua posição na viga medindo a partir de A



Exemplo 7:

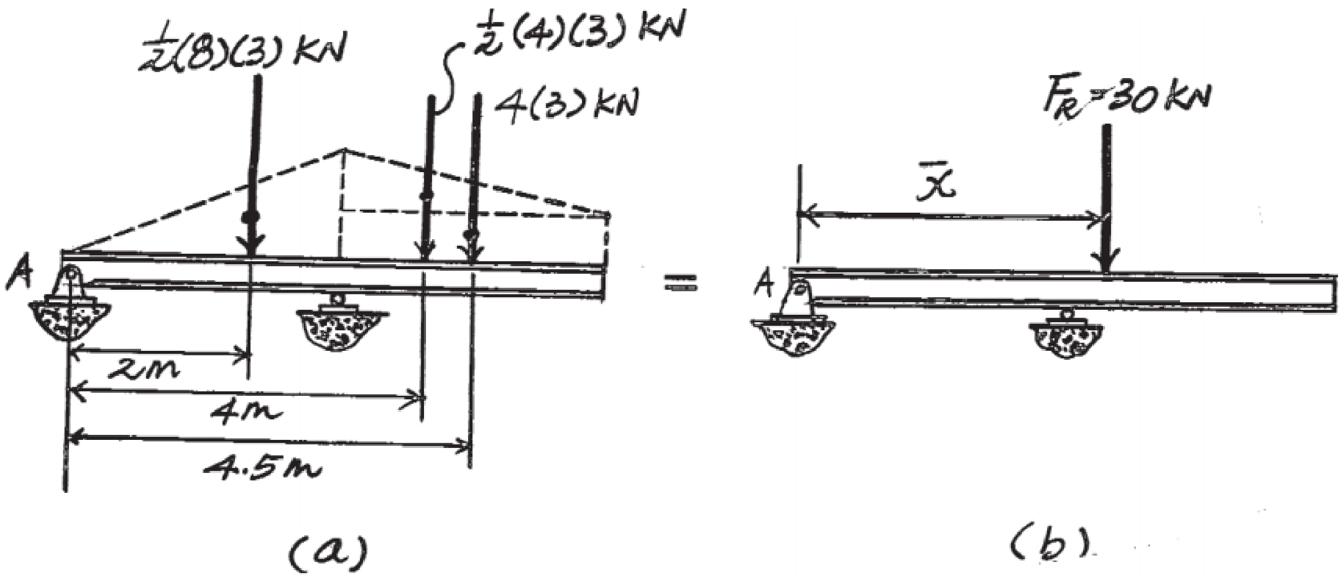
Loading: The distributed loading can be divided into three parts as shown in Fig. *a*.
Resultants: Equating the sum of the forces along the *y* axis of Figs. *a* and *b*,

$+\downarrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad F_R = \frac{1}{2}(8)(3) + \frac{1}{2}(4)(3) + 4(3) = 30 \text{ kN} \downarrow$ **Ans**

If we equate the moments of F_R, Fig. *b*, to the sum of the moment of the forces in Fig. *a* about point *A*,

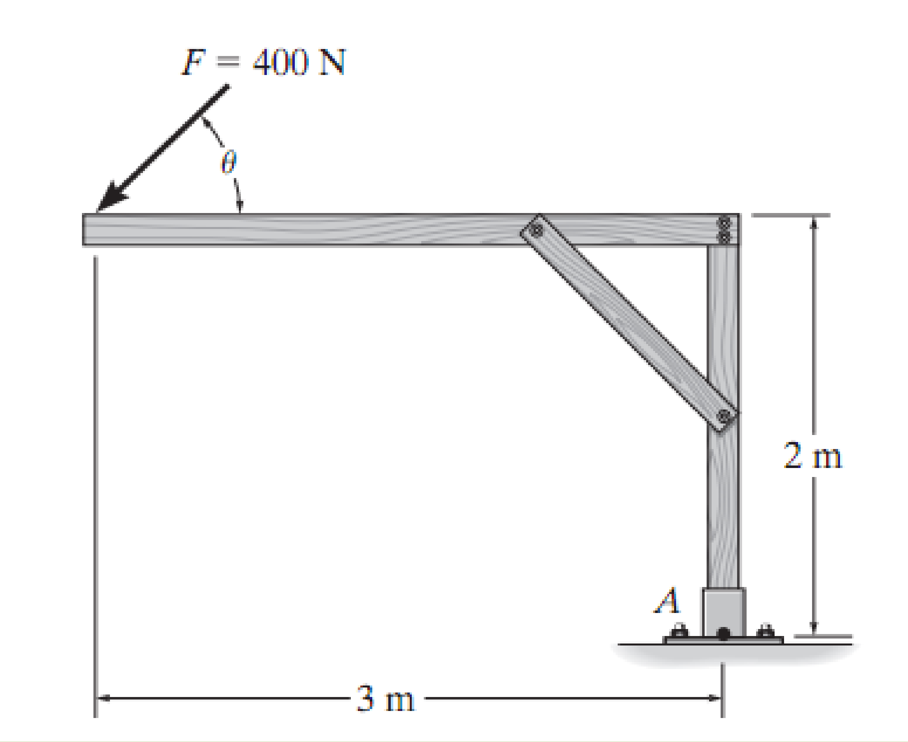
$\circlearrowleft +(M_R)_A = \Sigma M_A; \qquad -30(\bar{x}) = -\frac{1}{2}(8)(3)(2) - \frac{1}{2}(4)(3)(4) - 4(3)(4.5)$

$(\bar{x}) = 3.4 \text{ m}$ **Ans**



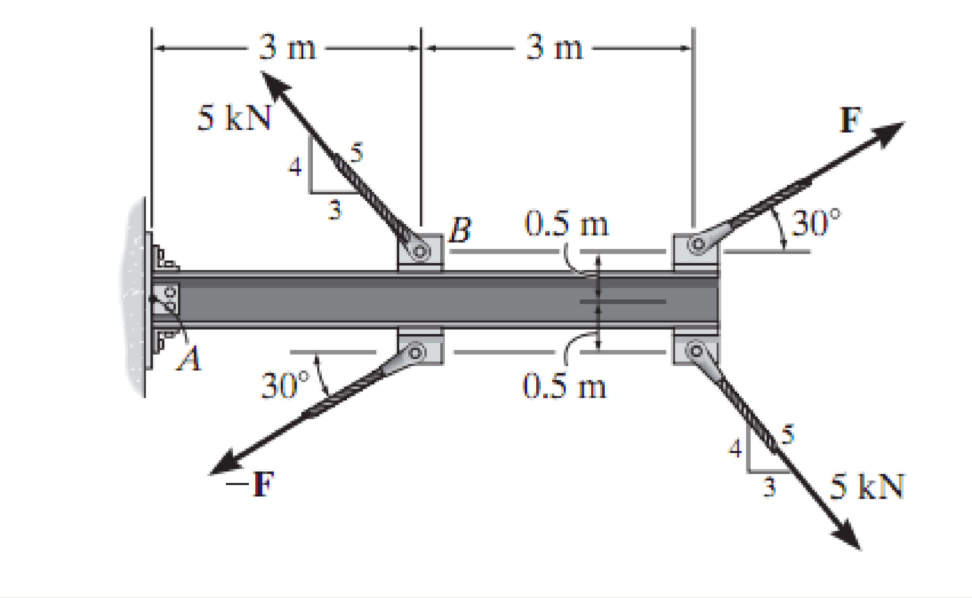
Exercício 1:

Determine a direção θ (0< θ <180) da força F que produz o momento máximo em torno do ponto A. calcule o valor desse momento.



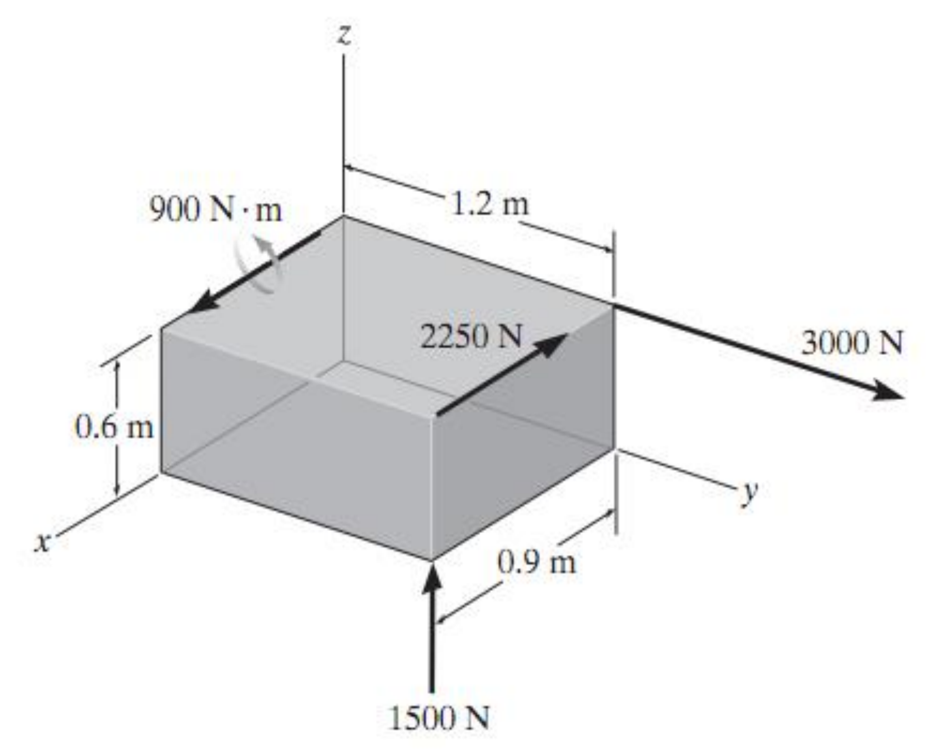
Exercício 2:

Determine a intensidade necessária da força F se o momento de binário resultante sobre a viga deve ser zero



Exercício 3:

Substitua o sistema de forças e momentos de binário que agem sobre o bloco retangular por um torsor. Especifique a intensidade da força e o momento de binário do torsor e a posição onde a linha de ação intercepta o plano x-y



Exercício 4:

Substitua o carregamento distribuído por uma força resultante equivalente e especifique sua posição na viga, medindo a partir do ponto A