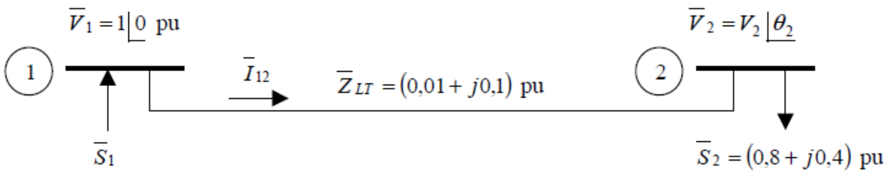
TE158 - LISTA – PROVA 2

1) Método Newton-Raphson

a) Exercício Resolvido



Subsistema 1 :

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$(S1)\quad \begin{cases} \Delta P_2 = -0{,}8 - V_2(-0{,}9901\cos\theta_2 + 9{,}9010\,\text{sen}\,\theta_2 + 0{,}9901V_2) = 0 \\ \Delta Q_2 = -0{,}4 - V_2(-0{,}9901\,\text{sen}\,\theta_2 - 9{,}9010\cos\theta_2 + 9{,}9010V_2) = 0 \end{cases}$$

Além disto, a matriz admitância da rede é dada por:

$$Y = \begin{bmatrix} \overline{Y}_{12} & -\overline{Y}_{12} \\ -\overline{Y}_{12} & \overline{Y}_{12} \end{bmatrix} \quad\Rightarrow\quad G = \begin{bmatrix} 0{,}9901 & -0{,}9901 \\ -0{,}9901 & 0{,}9901 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} -9{,}9010 & 9{,}9010 \\ 9{,}9010 & -9{,}9010 \end{bmatrix}$$

Para este problema a matriz Jacobiana apresenta os seguintes elementos, para os quais $\Omega_2 = \{1\}$:

$$H = \frac{\partial \underline{P}(\underline{V},\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}} = H_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} = V_2 \sum_{m\in\Omega_2} V_m(-G_{2m}\,\text{sen}\,\theta_{2m} + B_{2m}\cos\theta_{2m}) = V_2V_1(-G_{21}\,\text{sen}\,\theta_{21} + B_{21}\cos\theta_{21})$$

$$N = \frac{\partial \underline{P}(\underline{V},\underline{\theta})}{\partial \underline{V}} = N_{22} = \frac{\partial P_2}{\partial V_2} = 2V_2G_{22} + \sum_{m\in\Omega_2} V_m(G_{2m}\cos\theta_{2m} + B_{2m}\,\text{sen}\,\theta_{2m}) = 2V_2G_{22} + V_1(G_{21}\cos\theta_{21} + B_{21}\,\text{sen}\,\theta_{21})$$

$$M = \frac{\partial \underline{Q}(\underline{V},\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}} = M_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} = V_2 \sum_{m\in\Omega_2} V_m(G_{2m}\cos\theta_{2m} + B_{2m}\,\text{sen}\,\theta_{2m}) = V_2V_1(G_{21}\cos\theta_{21} + B_{21}\,\text{sen}\,\theta_{21})$$

$$L = \frac{\partial \underline{Q}(\underline{V},\underline{\theta})}{\partial \underline{V}} = L_{22} = \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} = -2V_2B_{22} + \sum_{m\in\Omega_2} V_m(G_{2m}\,\text{sen}\,\theta_{2m} - B_{2m}\cos\theta_{2m}) = -2V_2B_{22} + V_1(G_{21}\,\text{sen}\,\theta_{21} - B_{21}\cos\theta_{21})$$

Levando em conta os valores especificados para $V_1 = V_1^{esp} = 1$ pu e $\theta_1 = \theta_1^{esp} = 0$ rad, têm-se os seguintes elementos:

$$H_{22} = V_2(0{,}9901\text{sen}\theta_2 + 9{,}9010\cos\theta_2)$$
$$N_{22} = 1{,}9802V_2 + (-0{,}9901\cos\theta_2 + 9{,}9010\text{sen}\theta_2)$$
$$M_{22} = V_2(-0{,}9901\cos\theta_2 + 9{,}9010\text{sen}\theta_2)$$
$$L_{22} = 19{,}802V_2 + (-0{,}9901\text{sen}\theta_2 - 9{,}9010\cos\theta_2)$$

Neste caso, como a matriz Jacobiana é dada por:

$$J = -\left[\begin{array}{c|c} H_{22} & N_{22} \\ \hline M_{22} & L_{22} \end{array}\right]$$

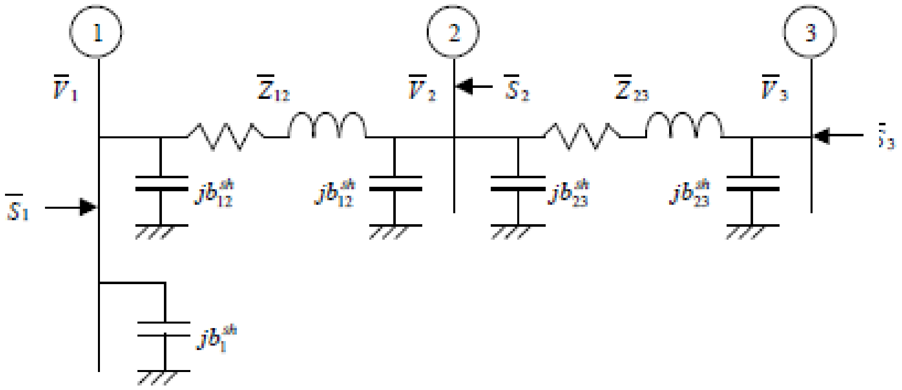
então sua inversa é dada por:

$$J^{-1} = -\left[\begin{array}{c|c} H_{22} & N_{22} \\ \hline M_{22} & L_{22} \end{array}\right]^{-1} = \frac{-1}{H_{22}L_{22} - N_{22}M_{22}}\left[\begin{array}{c|c} L_{22} & -N_{22} \\ \hline -M_{22} & H_{22} \end{array}\right]$$

Considerando uma solução inicial $\theta_2^0 = 0$ rad e $V_2^0 = 1$ pu, obtêm-se os resultados mostrados na Tabela

ν	θ_2^ν V_2^ν	$\Delta P_2(\underline{x}^\nu)$ $\Delta Q_2(\underline{x}^\nu)$	$[J(\underline{x}^\nu)]$	$-[J(\underline{x}^\nu)]^{-1}$	$\Delta\theta_2^\nu$ ΔV_2^ν
0	0 1	–0,8 –0,4	$\begin{matrix} -9{,}9010 & -0{,}9901 \\ 0{,}9910 & -9{,}9010 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0{,}1000 & -0{,}0100 \\ 0{,}0100 & 0{,}1000 \end{matrix}$	–0,0760 –0,0480
1	–0,0760 0,9520	–0,0418 –0,0463	$\begin{matrix} -9{,}3270 & -0{,}1462 \\ 1{,}6555 & -9{,}0543 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0{,}1069 & -0{,}0017 \\ 0{,}0195 & 0{,}1101 \end{matrix}$	–0,0044 –0,0059
2	–0,0804 0,9461	–0,0003 –0,0004	—	—	—

b) Encontre a solução do fluxo de potência da rede da figura abaixo através do método Newton-Raphson, utilizando uma tolerância de 0,001.



Barra	Tipo	V^{esp} [pu]	θ^{esp} [rad]	P^{esp} [pu]	Q^{esp} [pu]	b_k^{sh} [pu]
1	PQ	—	—	– 0,15	0,05	0,05
2	Vθ	1,00	0,0	—	—	—
3	PV	1,00	—	0,20	—	—

k	m	$\bar{Z}_{km}$ [pu]	b_{km}^{sh} [pu]
1	2	$0{,}03 + j0{,}3$	0,02
2	3	$0{,}05 + j0{,}8$	0,01

Resultado:

ν	θ_1^ν θ_3^ν V_1^ν	$\Delta P_1(\underline{x}^\nu)$ $\Delta P_3(\underline{x}^\nu)$ $\Delta Q_1(\underline{x}^\nu)$	$[J(\underline{x}^\nu)]$	$-[J(\underline{x}^\nu)]^{-1}$	$\Delta\theta_1^\nu$ $\Delta\theta_3^\nu$ ΔV_1^ν
0	0 0 1	–0,15 0,20 0,12	$\begin{matrix} -3{,}3003 & 0 & -0{,}3300 \\ 0 & -1{,}2451 & 0 \\ 0{,}3300 & 0 & -3{,}1603 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0{,}2999 & 0 & -0{,}0313 \\ 0 & 0{,}8031 & 0 \\ 0{,}0313 & 0 & 0{,}3132 \end{matrix}$	–0,0487 0,1606 0,0329
1	–0,0487 0,1606 1,0329	0,0045 –0,0001 –0,0081	$\begin{matrix} -3{,}3882 & 0 & -0{,}1913 \\ 0 & -1{,}2415 & 0 \\ 0{,}5065 & 0 & -3{,}3927 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0{,}2927 & 0 & -0{,}0165 \\ 0 & 0{,}8055 & 0 \\ 0{,}0437 & 0 & 0{,}2923 \end{matrix}$	0,0014 –0,0001 –0,0022
2	–0,0473 0,1605 1,0307	$8{,}14\times10^{-6}$ 0 $-2{,}01\times10^{-5}$	—	—	—

c) IFSC – 2017

Considere a solução do problema de fluxo de potência não linear pelo Método de Newton Raphson, modelado em coordenadas polares por injeção de potência, cuja formulação matricial está mostrada abaixo.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \times \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta|V| \end{bmatrix}$$

Para um sistema composto por 500 barras, sendo 45 do tipo tensão controlada (PV) e 1 barra flutuante (*swing*), assinale a alternativa que mostra **CORRETAMENTE** a dimensão da matriz Jacobiana J.

(A) 953×953.

(B) 954×954.

(C) 999×999.

(D) 500×500.

(E) 499×499.

2) Métodos Desacoplado e Desacoplado Rápido

a) Exercício Resolvido

Considerando o sistema apresentado no item 1.b e uma tolerância de 0,001, encontre a solução do fluxo de potência da rede pelo método desacoplado.

Solução:

$$G = \begin{bmatrix} 0,33 & -0,33 & 0 \\ -0,33 & 0,4078 & -0,0778 \\ 0 & -0,0778 & 0,0778 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} -3,2303 & 3,3003 & 0 \\ 3,3003 & -4,5154 & 1,2451 \\ 0 & 1,2451 & -1,2351 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_3 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

$$(\text{S1}) \quad \begin{cases} \Delta P_1 = P_1^{esp} - V_1\left[V_1 G_{11} + V_2\left(G_{12}\cos\theta_{12} + B_{12}\,\text{sen}\,\theta_{12}\right)\right] = 0 \\ \Delta P_3 = P_3^{esp} - V_3\left[V_2\left(G_{32}\cos\theta_{32} + B_{32}\,\text{sen}\,\theta_{32}\right) + V_3 G_{33}\right] = 0 \\ \Delta Q_1 = Q_1^{esp} - V_1\left[-V_1 B_{11} + V_2\left(G_{12}\,\text{sen}\,\theta_{12} - B_{12}\cos\theta_{12}\right)\right] = 0 \end{cases}$$

Para o método de Newton desacoplado, as matrizes a serem definidas são apenas as submatrizes H e L, ou seja:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{13} \\ H_{31} & H_{33} \end{bmatrix}$$

$$H_{11} = \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} = V_1 \sum_{m \in \Omega_1} V_m \left(-G_{1m} \operatorname{sen} \theta_{1m} + B_{1m} \cos \theta_{1m} \right) = V_1 V_2 \left(-G_{12} \operatorname{sen} \theta_{12} + B_{12} \cos \theta_{12} \right)$$

$$H_{13} = \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} = 0 \qquad \text{e} \qquad H_{31} = \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} = 0$$

$$H_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} = V_3 \sum_{m \in \Omega_3} V_m \left(-G_{3m} \operatorname{sen} \theta_{3m} + B_{3m} \cos \theta_{3m} \right) = V_3 V_2 \left(-G_{32} \operatorname{sen} \theta_{32} + B_{32} \cos \theta_{32} \right)$$

$$L = [L_{11}]$$

$$L_{11} = \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} = -2V_1 B_{11} + \sum_{m \in \Omega_1} V_m \left(G_{1m} \operatorname{sen} \theta_{1m} - B_{1m} \cos \theta_{1m} \right) = -2V_1 B_{11} + V_2 \left(G_{12} \operatorname{sen} \theta_{12} - B_{12} \cos \theta_{12} \right)$$

p	θ_1^p θ_3^p	$\Delta P_1(\underline{x}^{p,q})$ $\Delta P_3(\underline{x}^{p,q})$	$-\left[H(\underline{x}^{p,q})\right]$	$\left[H(\underline{x}^{p,q})\right]^{-1}$	$\Delta\theta_1^p$ $\Delta\theta_3^p$
0	0 0	–0,15 0,20	$\begin{matrix} -3,3003 & 0 \\ 0 & -1,2451 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0,3030 & 0 \\ 0 & 0,8031 \end{matrix}$	–0,0455 0,1606
1	–0,0455 0,1606	–0,0065 –0,0001	$\begin{matrix} -3,3868 & 0 \\ 0 & -1,2415 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0,2953 & 0 \\ 0 & 0,8055 \end{matrix}$	–0,0019 –0,0001
2	–0,0474 0,1605	$2,44\times10^{-4}$ 0	—	—	—

q	V_1^q	$\Delta Q_1(\underline{x}^{p,q})$	$-\left[L(\underline{x}^{p,q})\right]$	$\left[L(\underline{x}^{p,q})\right]^{-1}$	ΔV_1^q
0	1	0,1016	–3,1787	0,3146	0,0320
1	1,0320	–0,0043	–3,3861	0,2953	–0,0013
2	1,0307	$-5,10\times10^{-6}$	—	—	—

b) Exercício Resolvido

Também para o sistema apresentado no item 1.b e uma tolerância de 0,001, encontre a solução do fluxo de potência da rede pelo método desacoplado rápido.

Solução:

$$B' = \begin{bmatrix} B'_{11} & B'_{13} \\ B'_{31} & B'_{33} \end{bmatrix}$$

$$B'_{11} = \sum_{m \in \Omega_1} x_{1m}^{-1} = \frac{1}{x_{12}} = \frac{1}{0,3} \approx 3,3333$$

$$B'_{13} = 0 \qquad \text{e} \qquad B'_{31} = 0$$

$$B'_{33} = \sum_{m \in \Omega_3} x_{3m}^{-1} = \frac{1}{x_{23}} = \frac{1}{0,8} = 1,25$$

$$B'' = [B''_{11}]$$

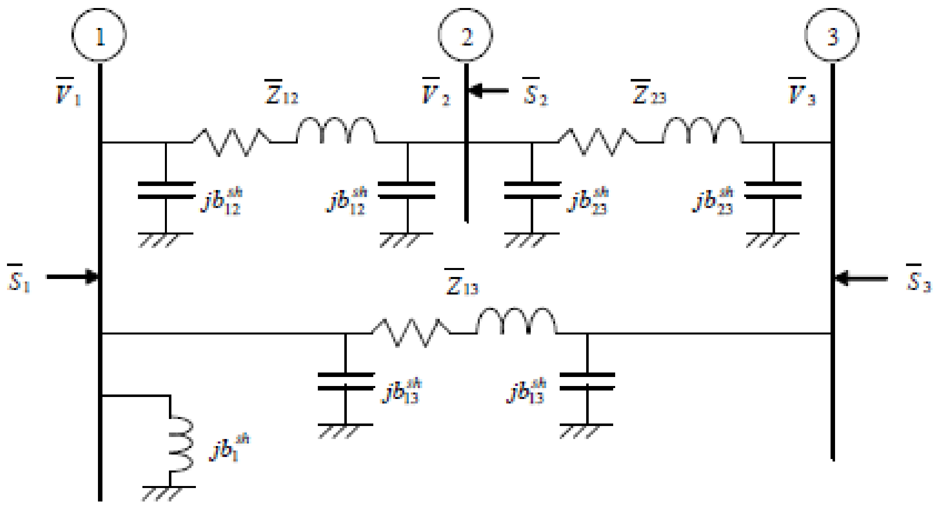
$$B''_{11} = -B_{11} - B_1^{sh} = -(-3,2303) - (0,05 + 0,02) = 3,1603$$

Para o método desacoplado rápido as matrizes utilizadas para determinar as correções nas iterações Pθ e QV são constantes e podem ser obtidas no início do processo, pois não dependem do estado $V\theta$ da rede

p	θ_1^p θ_3^p	$\Delta P_1(\underline{x}^{p,q})$ $\Delta P_3(\underline{x}^{p,q})$	$\Delta P_1(\underline{x}^{p,q})/V_1^q$ $\Delta P_3(\underline{x}^{p,q})/V_3$	$\Delta\theta_1^p$ $\Delta\theta_3^p$
0	0 0	–0,15 0,20	–0,15 0,20	–0,0450 0,1600
1	–0,0450 0,1600	–0,0081 0,0006	–0,0078 0,0006	–0,0023 0,0005
2	–0,0473 0,1605	$1{,}8\times10^{-4}$ $4{,}3\times10^{-6}$	—	—

q	V_1^q	$\Delta Q_1(\underline{x}^{p,q})$	$\Delta Q_1(\underline{x}^{p,q})/V_1^q$	ΔV_1^q
0	1	0,1018	0,1018	0,0322
1	1,0322	–0,0051	–0,0049	–0,0016
2	1,0307	$1{,}9\times10^{-4}$	—	—

c) Encontre a solução do fluxo de potência da rede da figura abaixo através dos Métodos Desacoplado e Desacoplado Rápido, utilizando uma tolerância de 0,001.

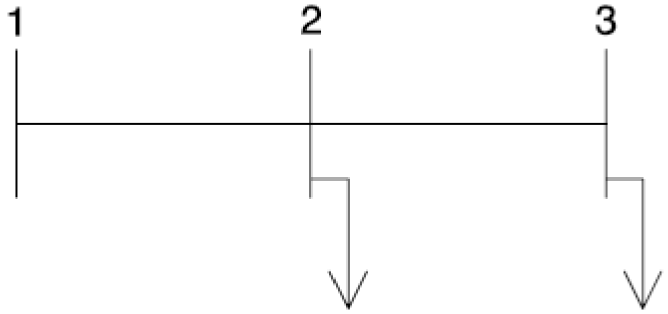


Barra	Tipo	V^{esp} [pu]	θ^{esp} [rad]	P^{esp} [pu]	Q^{esp} [pu]	b_k^{sh} [pu]
1	PQ	—	—	– 0,30	0,05	– 0,05
2	Vθ	1,00	0,0	—	—	—
3	PV	1,00	—	0,20	—	—

k	m	$\overline{Z}_{km}$ [pu]	b_{km}^{sh} [pu]
1	2	$0{,}03 + j0{,}3$	0,02
1	3	$0{,}08 + j1{,}1$	0,03
2	3	$0{,}05 + j0{,}8$	0,01

3) Métodos para Sistemas de Distribuição

a) Encontre a solução do fluxo de potência em um sistema de distribuição considerando o sistema abaixo:



S_2 S_3

$S_2 = 1000 + j500$ (kW+jKVAr)

$S_3 = 600 + j250$ (kW+jKVAr)

$Z_{12} = 0.35+j0.73\ \Omega$

$Z_{23} = 0.45+j0.91\ \Omega$

$V = 13800$ V

Referências

- Materiais - Professor Sergio Haffner - http://slhaffner.phpnet.us/analise_see_1/analiseI.html
- W. H. Kersting, “Distribution System Modeling and Analysis”, (CRC Press, 2001);