

# PRODUTO ENTRE DUAS SÉRIES DE VOLTERRA COM IDENTIFICAÇÃO BASEADA EM MÍNIMOS QUADRADOS INDEPENDENTES

Lucas Vitkoski Diogo dos Santos<sup>1</sup> e Eduardo Gonçalves de Lima<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Grupo de Circuitos e Sistemas Integrados, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil  
lucas.vitkoski@ufpr.br

**Resumo** — O amplificador de potência (PA) é um elemento muito importante no desenvolvimento de sistemas modernos de comunicação sem fio. Sua importância para diversas aplicações torna interessante buscar modelar o comportamento desses dispositivos através de um algoritmo escrito para funcionar em um software. Sendo assim, este trabalho buscou investigar a possibilidade de uma modelagem matemática baseada no produto entre duas séries de Volterra. Esse produto resulta em um modelo não linear nos coeficientes, e para a extração desses coeficientes da equação, o método escolhido foi a utilização de dois mínimos quadrados independentes. O software utilizado para auxiliar na construção dos algoritmos necessários foi o MATLAB. Primeiramente, foram desenvolvidos códigos de regressão a partir da série de Volterra no tempo discreto e com sinais complexos que produziram, nos testes realizados, resultados condizentes com os esperados seguindo a métrica do erro quadrático médio normalizado (NMSE), juntamente com os gráficos de amplitude de saída em função da amplitude de entrada (AM-AM) e da diferença entre fase de saída e de entrada em função da amplitude de entrada (AM-PM). Em seguida, foi desenvolvido mais um algoritmo, agora, utilizando o produto de duas séries de Volterra. Para este último, também foram gerados os gráficos e calculado o NMSE. Comparando os resultados dos dois modelos, foi possível perceber uma melhora pouco expressiva utilizando o produto, sendo assim, o uso deste modelo com a atual estratégia de identificação não se justifica.

## I. INTRODUÇÃO

Os amplificadores de potência, ou do termo em inglês *power amplifiers* (PAs), são elementos de suma importância na cadeia de transmissão para sistemas modernos de comunicação sem fio. Esses dispositivos possuem como função principal a tarefa de amplificar a potência do sinal de rádio frequência (RF) de entrada, ou

seja, fazer com que o sinal de saída tenha um nível de potência maior do que o sinal RF de entrada [1].

Um amplificador desejável é aquele com alta linearidade e alta eficiência, contudo, os valores encontrados na maioria dos PAs não são satisfatórios. Portanto, para que seja obtido um PA com boa eficiência e que garanta a linearidade do sinal amplificado é preciso utilizar alguma técnica de linearização [1].

Seguindo este contexto, torna-se extremamente interessante a ideia de modelar um dispositivo físico como o PA, ou seja, reproduzir a partir de um algoritmo e um software o seu comportamento real [1].

A modelagem comportamental do PA objetiva identificar as diferentes dinâmicas não lineares que muitas vezes estão presentes em um PA físico e também, sempre que possível, reduzir ao máximo o número de requisitos para sua modelagem precisa [2].

Sendo um modelo capaz de reproduzir os comportamentos não lineares e de memória do PA, a série de Volterra possui a vantagem de que ela é linear nos seus coeficientes, o que permite o uso de regressão múltipla [3] para a extração de seus coeficientes. Contudo, a quantidade de coeficientes da série pode se tornar extremamente elevada. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é investigar a viabilidade de uma abordagem a partir do produto entre duas séries de Volterra com identificação baseada em dois mínimos quadrados independentes.

## II. MODELAGEM BASEADA EM SÉRIE DE VOLTERRA

### A. Série de Volterra de tempo discreto para o PA

Para realizar a modelagem comportamental do PA foi desenvolvido um algoritmo que implementa a série de Volterra de tempo discreto equivalente passa-baixa, que descreve a relação entre envoltórias de valores complexos

$\tilde{x}(n)$  e  $\tilde{y}(n)$  na entrada e saída do PA, respectivamente, dada por:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) &= \sum_{p=1}^P \sum_{q_1=0}^M \sum_{q_2=q_1}^M \cdots \sum_{q_p=q_{p-1}}^M \sum_{q_{p+1}=0}^M \sum_{q_{p+2}=q_{p+1}}^M \cdots \sum_{q_{2p-1}=q_{2p-2}}^M \\ &\times \tilde{h}_{2p-1}(q_1, q_2, \dots, q_{2p-1}) \prod_{j_1=1}^p \tilde{x}(n - q_{j_1}) \\ &- q_{j_1} \prod_{j_2=p+1}^{2p-1} \tilde{x}^*(n - q_{j_2}) \end{aligned}$$

onde  $2P - 1 = P_0$  é a ordem polinomial de truncamento e  $\tilde{h}_{2p-1}(q_1, q_2, \dots, q_{2p-1})$  são os *kernels* passa-baixa equivalentes de Volterra, uma generalização da resposta ao impulso passa-baixa equivalente de sistemas lineares para sistemas não lineares. Foi assumida a simetria dos *kernels* [2]. A identificação dos coeficientes foi feita por mínimos quadrados [4]-[5].

O algoritmo resultante foi testado com diferentes valores de  $P$  e  $M$ , e os resultados encontrados mostraram que o modelo funcionava adequadamente, como exemplifica a Tabela 1, o que permitiu a realização da etapa seguinte e objetivo central deste trabalho, montar um modelo baseado no produto entre duas séries de Volterra.

### B. Produto entre duas séries de Volterra

Utilizando os mesmos conjuntos de dados para extração e validação do modelo anterior, foi construído um modelo baseado no produto entre duas séries de Volterra. Para isso, inicialmente foi assumido que só existe uma série de Volterra (uma série idêntica a do modelo anterior, ou seja, onde em cada termo a quantidade de entradas não conjugadas é sempre igual a quantidade de entradas conjugadas mais uma) e os coeficientes foram extraídos da mesma forma que no exemplo anterior. Em seguida, o sinal de entrada foi processado pela série de Volterra obtida.

Para a segunda série foi feita uma mudança na equação pois em cada termo desta segunda série de Volterra, a quantidade de entradas não conjugadas deveria ser sempre igual a quantidade de entradas conjugadas, ou seja, foi removida uma parcela não conjugada em cada termo. A justificativa para essa alteração é que, após a multiplicação das duas séries, cada termo do somatório que estima a saída contenha, além do produto entre 2 coeficientes, uma quantidade de entradas conjugadas que seja inferior à quantidade de entradas não conjugadas em exatamente uma unidade. Para esta série também foram extraídos os coeficientes utilizando o método dos mínimos quadrados.

Com os coeficientes das duas séries, foram encontradas as saídas de cada uma e a saída estimada foi obtida a partir do produto entre as duas. Foram também obtidos os

gráficos de amplitude de saída em função da amplitude de entrada (AM-AM) e da diferença entre fase de saída e de entrada em função da amplitude de entrada (AM-PM), além da métrica do erro quadrático médio normalizado (NMSE) [6].

## III. RESULTADOS

A partir dos códigos desenvolvidos foi possível encontrar os parâmetros buscados (coeficientes que geram o menor erro, resultado da métrica NMSE). Esses parâmetros mostraram a partir da análise dos gráficos de AM-AM e AM-PM, que comparando os dados medidos e os estimados pelos modelos propostos existe muita proximidade entre eles, indicando que os algoritmos desenvolvidos podem simular de maneira aproximada o comportamento de um PA real.

Para testar os modelos, foram usados dados medidos previamente com um analisador vetorial de sinais com frequência de amostragem de 61,44 MHz. O PA medido foi fabricado em tecnologia GaN e opera em classe AB. Durante a medição, o PA foi estimulado por uma portadora em 900 MHz modulada por um sinal WCDMA de largura de banda de 3,84 MHz.

### A. Série de Volterra de tempo discreto para o PA

Para valores de  $P = 4$  e  $M = 1$ , a métrica NMSE obtida, removendo as 10 primeiras amostras, foi de  $-28,01$  dB. Os gráficos AM-AM e AM-PM obtidos para  $P = 4$  e  $M = 1$  estão apresentados nas Figuras 1 e 2.

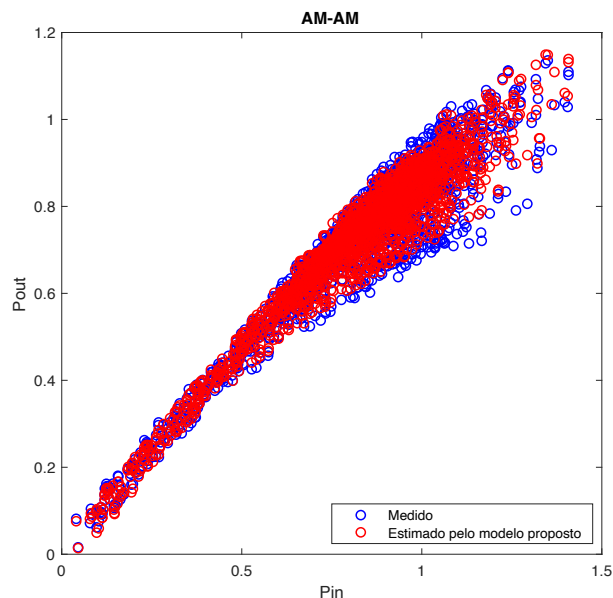


Fig. 1. Gráfico AM-AM para uma série de Volterra

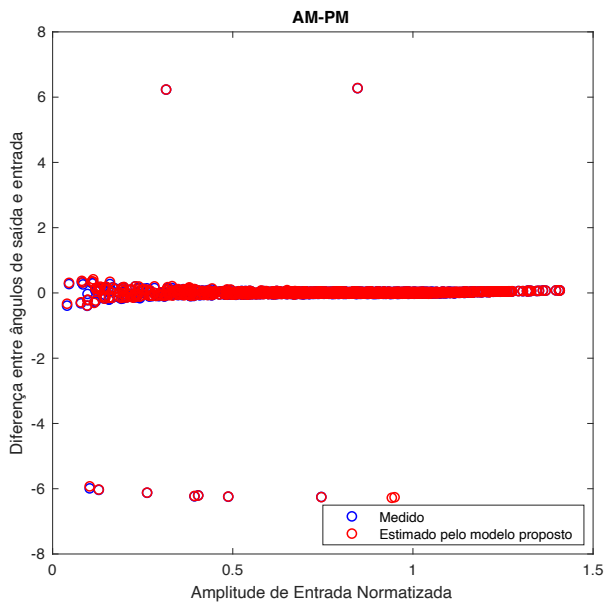


Fig. 2. Gráfico AM-PM para uma série de Volterra

Utilizando valores de  $P = 4$  e  $M = 1$ , os gráficos da AM-AM e AM-PM indicam que as curvas estimadas se assemelham bastante com as curvas medidas.

Também foi calculado o NMSE para outros valores de  $P$  e  $M$  que estão apresentados na tabela 1. Observa-se uma redução do erro ao aumentar-se os valores de  $P$  e  $M$ .

TABELA 1. NMSE DE UMA SÉRIE PARA DIFERENTES VALORES DE  $P$  E  $M$

$P$	$M$	NMSE (dB)
1	0	-21,21
1	1	-21,54
2	0	-22,66
2	1	-26,88
3	0	-22,69
3	1	-27,72
4	0	-22,71
4	1	-28,01
4	2	-36,26

### B. Produto entre duas séries de Volterra

Para valores de  $P = 4$  e  $M = 1$ , a métrica NMSE obtida, removendo as 10 primeiras amostras, foi de  $-28,01$  dB. Os gráficos AM-AM e AM-PM obtidos para  $P = 4$  e  $M = 1$  estão apresentados nas Figuras 3 e 4.

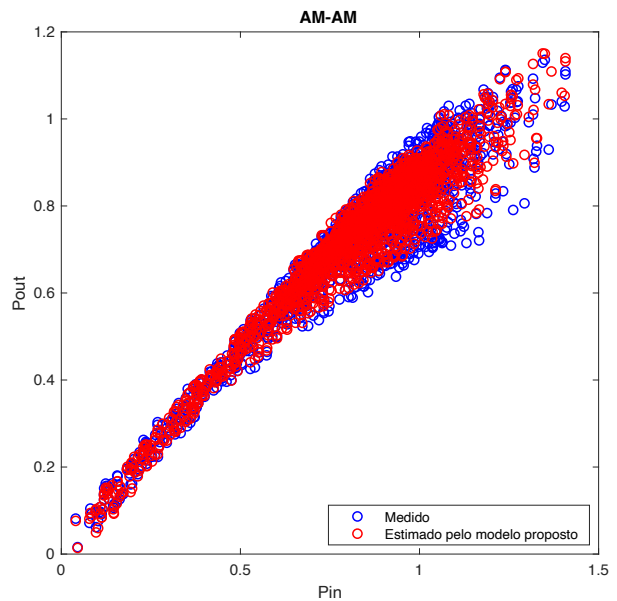


Fig. 3. Gráfico AM-AM para o produto entre duas séries de Volterra

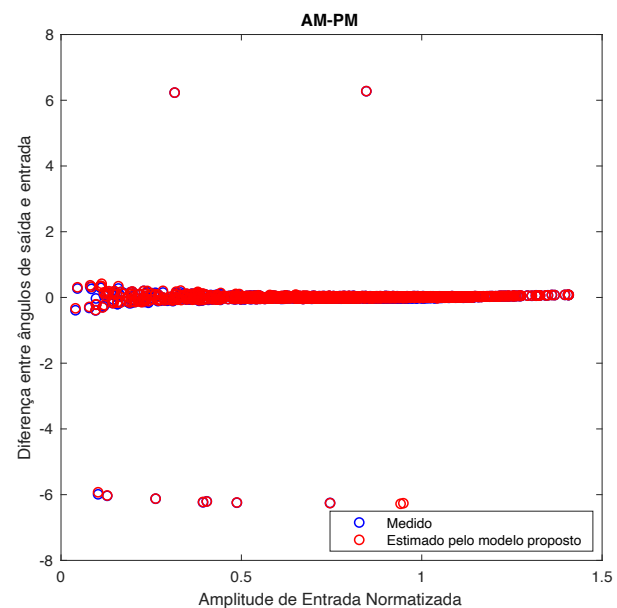


Fig. 4. Gráfico AM-PM para o produto entre duas séries de Volterra

Comparando as Figuras 1 e 3 e as Figuras 2 e 4, verifica-se que as curvas estimadas por uma série ou pelo produto de duas séries são praticamente idênticas. Verifica-se pequenas divergências nas estimativas da AM-AM para grandes amplitudes.

Também foi calculado o NMSE do produto entre duas séries para outros valores de  $P$  e  $M$  que estão apresentados na tabela 2.

TABELA 2. NMSE DO PRODUTO PARA DIFERENTES VALORES DE  $P$  E  $M$

$P$	$M$	NMSE (dB)
1	0	-21,21
1	1	-21,54
2	0	-22,66
2	1	-26,89
4	1	-28,01

### C. Comparação dos resultados dos modelos

Quando comparados os resultados de ambos os modelos, o modelo que utiliza uma única série e o modelo que utiliza o produto entre duas séries, é possível perceber que os resultados são muito similares e, portanto, não existe muita vantagem em utilizar o método do produto, uma vez que este demanda mais trabalho na elaboração do algoritmo e também uma maior capacidade computacional para encontrar os coeficientes. A maior diferença entre eles foi de  $0,01 \text{ dB}$  nos testes realizados, referente aos valores de  $P = 2$  e  $M = 1$ .

## IV. CONCLUSÃO

A partir dos resultados obtidos com o modelo do produto entre duas séries de Volterra, conclui-se que extraindo os coeficientes da forma como foi feita neste trabalho, praticamente não há melhoria na precisão dos resultados e, como a complexidade aumenta significativamente tanto em termos de construção do

algoritmo, quanto em gastos computacionais, o uso do produto não se justifica.

Em estudos futuros pretende-se verificar se com outras formas de extração, como por exemplo a otimização não linear, é possível obter algum ganho significativo de precisão utilizando o produto de duas séries de Volterra.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) no âmbito do Programa UFPR PIBITI.

## REFERÊNCIAS

- [1] BONFIM, E. J. Modelagem Comportamental de Amplificadores de Potência de Radio Freqüência Usando Termos Unidimensionais e Bidimensionais de Series de Volterra. Dissertação (Dissertação de mestrado) – Universidade Federal do Paraná, 2016.
- [2] LIMA, E. G. Behavioral modeling and digital base-band predistortion of RF power amplifiers. Tese (Doutorado) – Politecnico di Torino, 2009.
- [3] DA CUNHA, Lucas Santana; CARLOS, A. Regressão linear múltipla. Análise multivariada: para os cursos de administração, ciências contábeis e economia. São Paulo: Atlas, 2007.
- [4] MAROCO, João. Análise Estatística: com utilização do SPSS. 2. ed. Lisboa: Sílabo, 2003.
- [5] MATHEWS, V. J.; SICURANZA, L. G. Polynomial Signal Processing. New York: Wiley, 2000.
- [6] MUHA, M. S. et al. Validation of power amplifier nonlinear block models. In: 1999 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No. 99CH36282). IEEE, 1999. p. 759-762.