

# Modelagem não linear de transistores de efeito de campo pelo método dos mínimos quadrados iterativo

M. F. de Oliveira, W. A. Artuzi Jr.

Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná,  
Curitiba, Brasil.  
celoufpr@gmail.com

**Resumo**—Esse artigo propõe a modelagem não linear de transistores de efeito de campo de radiofrequência e a análise não linear quando o mesmo opera como amplificador. Na metodologia utilizada neste trabalho inicialmente é realizada a extração dos parâmetros do modelo de pequenos sinais através da técnica dos mínimos quadrados iterativo, utilizando para isso os dados dos parâmetros de espalhamento (ou parâmetros  $S$ ) para todos os pontos de polarização fornecidos pelos fabricantes dos transistores. Com os parâmetros extraídos, é realizada a modelagem dos elementos intrínsecos ( $I_{ds}$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{ds}$  e  $C_{gd}$ ) do modelo através de equações pré determinadas. A extração e a modelagem dos parâmetros do circuito equivalente do transistor são realizadas através do software Matlab. A análise não linear do comportamento do transistor é feita através da simulação do circuito equivalente de grandes sinais do transistor através do software Qucs onde é realizada a análise de potência de entrada e saída no mesmo e feita a comparação com os dados fornecidos pelo datasheet para validação.

## I. INTRODUÇÃO

O transistor de efeito de campo, cujo acrônimo em inglês é FET que significa transistor de efeito de campo, é utilizado em aplicações de altas frequências, pois apresenta alta mobilidade de elétrons [1] e [2]. A sua invenção ocorreu próximo da metade da década de 1940 por pesquisadores do famoso laboratório Bell [3]. Após isso, houve uma grande ascensão tecnológica por parte dos dispositivos de estado sólido que atualmente estão presentes praticamente na totalidade dos dispositivos eletrônicos consumidos pela população. Com esse desenvolvimento, muitos trabalhos foram desenvolvidos com o objetivo de criar modelos de circuito equivalentes de pequenos sinais (SSEC) [4] e também técnicas de extrações dos parâmetros desses modelos de FET [5]. O primeiro trabalho contendo um método de extração para o modelo do SSEC de transistores de efeito de campo foi publicado por [6], o qual foi utilizado para determinar os valores dos elementos extrínsecos de FET a partir dos parâmetros de

espelhamento (Parâmetros- $S$ ) fornecidos pelos *datasheets* dos fabricantes [7]. Desde então, muitos trabalhos têm sido publicados com várias técnicas de extração de parâmetros do circuito equivalente de transistores de efeito de campo e também vários modelos têm sido apresentados não levando em consideração a não linearidade das capacitâncias intrínsecas e aproximando-as para valores fixos conforme foi feito em [8].

Neste artigo, durante a análise do circuito equivalente de pequenos sinais, são consideradas as variações dos valores dos parâmetros intrínsecos de acordo com o ponto de polarização de operação e realizada a modelagem desses valores com o objetivo de diminuir o erro da potência de saída do mesmo como amplificador.

## II. EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO FET

### A. Modelo de SSEC para transistores de radiofrequência

Os transistores denominados como MESFET (transistor de efeito de campo metal-semicondutor) e HEMT (transistor de alta mobilidade eletrônica), quando estão operando na faixa de frequência das micro-ondas, dependem do modelo de SSEC. A Figura 1 mostra o modelo de SSEC para MESFET e HEMT utilizado neste trabalho.

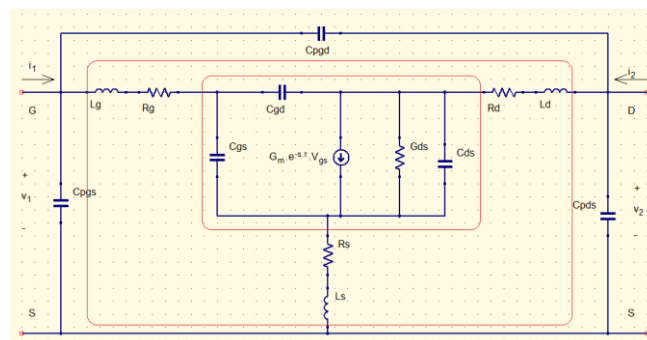


Fig. 1. Modelo SSEC do MESFET e HEMT

O modelo do circuito proposto apresenta três regiões, as quais estão delimitadas pelas linhas tracejadas, que estão descritas abaixo:

- Elementos intrínsecos:  $G_{ds}, G_m, C_{gd}, C_{gs}, C_{ds}$ , e  $\tau$  dependentes das condições de polarização. Estão dentro da área delimitada no interior do circuito;
- Elementos extrínsecos:  $L_g, L_d, L_s, R_g, R_d$  e  $R_s$  independentes das condições de polarização. Estão delimitadas entre as duas áreas tracejadas do circuito;
- Elementos paralelos ao dispositivo:  $C_{pgd}, C_{pgs}$  e  $C_{pds}$ . Esses elementos estão fora da área da delimitada.

A extração dos parâmetros do modelo SSEC é realizada através da análise do quadripolo utilizando a topologia em  $\pi$  [9] para os elementos paralelos e intrínsecos e a topologia em T [10] para os elementos extrínsecos.

A matriz de impedância total com os parâmetros intrínsecos e extrínsecos está mostrada em

$$Z_{tot}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s(\bar{C}_{ds} + \bar{C}_{gd}) + \bar{G}_{ds}}{s^2 + a \cdot s} + s \cdot (L_g + L_s) + R_g + R_s & \frac{s \cdot \bar{C}_{gd}}{s^2 + a \cdot s} + s \cdot L_s + R_s \\ \frac{s \cdot \bar{C}_m - \bar{G}_m}{s^2 + a \cdot s} + s \cdot L_s + R_s & \frac{s(\bar{C}_{gs} + \bar{C}_{gd})}{s^2 + a \cdot s} + s \cdot (L_d + L_s) + R_d + R_s \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde  $\bar{C}_{ds}, \bar{C}_{gd}, \bar{C}_{gs}, \bar{C}_m, \bar{G}_m$  e  $\bar{C}$  são valores normalizados e  $a$  uma função que relaciona as variáveis intrínsecas definida por

$$a = \frac{C_{gs} \cdot G_{ds} + C_{gd} \cdot G_{ds} + C_{gd} \cdot G_m}{C_{gs} \cdot C_{ds} + C_{gs} \cdot C_{gd} + C_{ds} \cdot C_{gd} - C_{gd} \cdot C_m}. \quad (2)$$

A matriz de admitância com todos os elementos paralelos é definida em

$$Y_p(s) = \begin{bmatrix} s \cdot (C_{pgs} + C_{pgd}) & -s \cdot C_{pgd} \\ -s \cdot C_{pgd} & s \cdot (C_{pds} + C_{pgd}) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

### III. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS ITERATIVO

#### A. Técnica dos mínimos quadrados para os elementos paralelos

Os parâmetros da matriz de admitância dos elementos paralelos são aproximados pelo método dos mínimos quadrados ao sistema de equações para M pontos de frequência e reescrevendo-os na forma matricial é possível calcular os coeficientes do polinômio conforme descrito em

$$\begin{bmatrix} V_r & 0 & 0 & -Y_{11}(s_M) \cdot H \\ 0 & V_r & 0 & -Y_{12}(s_M) \cdot H \\ 0 & 0 & V_r & -Y_{22}(s_M) \cdot H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11(k)} \\ b_{12(k)} \\ b_{22(k)} \\ a_{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s_M) \cdot s_M^4 \\ Y_{12}(s_M) \cdot s_M^4 \\ Y_{22}(s_M) \cdot s_M^4 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde  $a_{(k)} = [a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0]^T$ , e  $V_r$  e  $H$  são matrizes do tipo Vandermonde, definidas por [11] e mostradas em

$$V_r = \begin{bmatrix} s_1^5 & s_1^4 & s_1^3 & s_1^2 & s_1^1 & s_1^0 \\ s_2^5 & s_2^4 & s_2^3 & s_2^2 & s_2^1 & s_2^0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M^5 & s_M^4 & s_M^3 & s_M^2 & s_M^1 & s_M^0 \end{bmatrix} e \quad (5)$$

$$H = \begin{bmatrix} s_1^3 & s_1^2 & s_1^1 & s_1^0 \\ s_2^3 & s_2^2 & s_2^1 & s_2^0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M^3 & s_M^2 & s_M^1 & s_M^0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

A solução do sistema de equações em (4) é realizada considerando todos os pontos de polarização fornecidos pelos fabricantes do FET e após ser feito a separação dos termos da Matriz em parte real e imaginária. Essa separação tem o objetivo de tornar os coeficientes do sistema de equações números não complexos. A determinação dos elementos paralelos é feita aplicando a equação.

#### B. Técnica dos mínimos quadrados iterativo para os elementos intrínsecos e extrínsecos

Os parâmetros da matriz de impedância dos elementos intrínsecos e extrínsecos são aproximados pelo método dos mínimos quadrados ao sistema de equações para M pontos de frequência da mesma maneira que foi realizado com os elementos paralelos. Porém neste caso são divididos em duas etapas, inicialmente são utilizados os parâmetros  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$  e  $Z_{22}$  para calcular os elementos  $G_{ds}$ ,  $C_{gd}$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{ds}$ ,  $L_g$ ,  $L_d$ ,  $L_s$ ,  $R_g$ ,  $R_d$  e  $R_s$  através da equação

$$\begin{bmatrix} V_r & 0 & 0 \\ 0 & V_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & V_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11(k)} \\ b_{12(k)} \\ b_{22(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(s_M) \cdot (s_M^2 + a \cdot s_M) \\ Z_{12}(s_M) \cdot (s_M^2 + a \cdot s_M) \\ Z_{22}(s_M) \cdot (s_M^2 + a \cdot s_M) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

onde

$$V_{rr} = \begin{bmatrix} s_1^3 & s_1^2 & s_1^1 \\ s_2^3 & s_2^2 & s_2^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M^3 & s_M^2 & s_M^1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Com os valores de  $R_s$  e  $L_s$  calculados, é possível determinar os elementos  $G_m$  e  $C_m$  através do parâmetro  $Z_{21}$  e fazer com que a se torne uma incógnita também conforme está mostrado em

$$[V_{r21}] \cdot [b_{21}] = [(Z_{21}(s_M) - R_s) \cdot s_M^2 - L_s \cdot s_M^3], \quad (9)$$

onde:

$$b_{21} = [a \ b_{21(1)} \ b_{21(0)}]^T, \quad (10)$$

$$V_{r21} = \begin{bmatrix} -Z_{21}(s_1) \cdot s_1 & s_1^1 & s_1^0 \\ -Z_{21}(s_2) \cdot s_2 & s_2^1 & s_2^0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -Z_{21}(s_M) \cdot s_M & s_M^1 & s_M^0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

A solução do sistema de equações em (4) e (7) é realizada considerando todos os pontos de polarização e após ser feita a separação dos termos da matriz em parte real e imaginária conforme foi feito na equação (4).

### C. Resultados da extração dos parâmetros do circuito equivalente do FET.

Os resultados da extração dos parâmetros do circuito equivalente do FET através do método dos mínimos quadrados iterativo foram obtidos através da simulação do transistor do tipo HEMT modelo CGH40010 do fabricante CREE, os quais estão mostrados na Tabela 1.

TABELA 1. VALORES DOS PARÂMETROS EXTRAÍDOS DO TRANSISTOR CGH40010

Parâmetros	Vds=28V, Ids=100mA	Vds=28V, Ids=200mA	Vds=28V, Ids=300mA	Unidade
Cp <sub>gs</sub>	0,3532			pF
Cp <sub>ds</sub>	0,3412			pF
Cp <sub>gd</sub>	0,0002			pF
L <sub>g</sub>	0,7606			nH
L <sub>d</sub>	0,7370			nH
L <sub>s</sub>	0,0202			nH
R <sub>g</sub>	0,6888			Ω
R <sub>d</sub>	0,5041			Ω
R <sub>s</sub>	0,0002			Ω
C <sub>gs</sub>	6,2289	7,0729	7,7273	pF
C <sub>ds</sub>	0,9866	0,9826	0,9781	pF
C <sub>gd</sub>	0,2341	0,2360	0,2433	pF
C <sub>m</sub>	2,1122	2,7976	3,3139	pF
G <sub>ds</sub>	0,0064	0,0088	0,0106	S
G <sub>m</sub>	0,4687	0,6118	0,7093	S
Erro	2,8284			%

### IV. MODELAGEM NÃO LINEAR DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO FET DE GRANDES SINAIS

A modelagem não linear das capacitâncias intrínsecas é realizada através de uma capacitância de junção Schottky ajustando as equações (12) e (15) para  $C_{gs}$  e as equações (19) e (20) para  $C_{ds}$  e  $C_{gd}$  respectivamente.

$$I_D = K'_n \cdot \frac{W}{L} \cdot \left( \frac{V_{gs} - V_t}{2} \right)^2, \quad (12)$$

$$C_{gs} = C_{gs0} \cdot \left( 1 - \frac{v_{gs}}{V_j} \right)^{\frac{1}{\mu}}, \quad (13)$$

$$C_{ds} = C_{ds0} \cdot \left( 1 - \frac{v_{ds}}{V_j} \right)^{\frac{1}{\mu}}, \quad (14)$$

$$C_{gd} = C_{gd0} \cdot \left( 1 - \frac{v_{gd}}{V_j} \right)^{\frac{1}{\mu}}, \quad (15)$$

onde  $K'_n$ ,  $W$  e  $L$  são parâmetros construtivos do transistor,  $V_t$  é a tensão de limiar da porta,  $C_{gs0}$ ,  $C_{ds0}$  e  $C_{gd0}$  são os valores de capacitância quando a tensão sobre eles é igual a zero,  $V_j$  e  $\mu$  são os parâmetros ajustados da equação.

Para a transcapacitância  $C_m$  é realizado um ajuste linear uma vez que o valor de  $\tau$  é praticamente constante e o mesmo se relaciona através da expressão

$$C_m = \tau \cdot G_m + \beta. \quad (16)$$

As figuras 2 a 5 mostram os resultados da modelagem das capacitâncias intrínsecas.

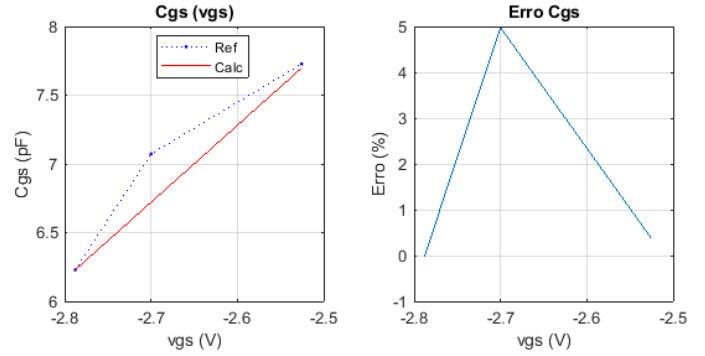


Fig. 2. Modelagem de  $C_{gs}(v_{gs})$  e percentual de erro

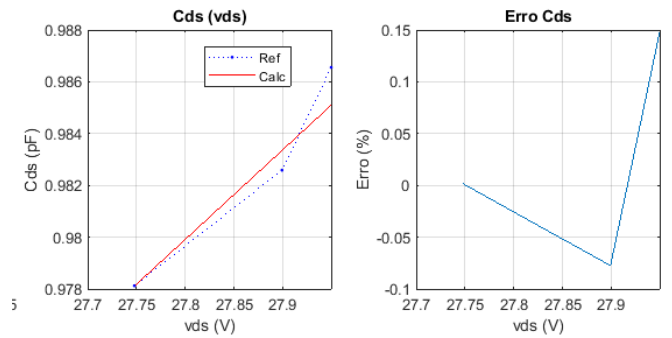


Fig. 3. Modelagem de  $C_{ds}(v_{ds})$  e percentual de erro

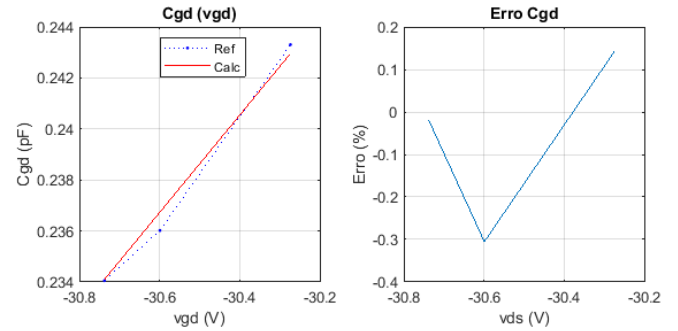


Fig. 4. Modelagem de  $C_{gd}(v_{gd})$  e percentual de erro

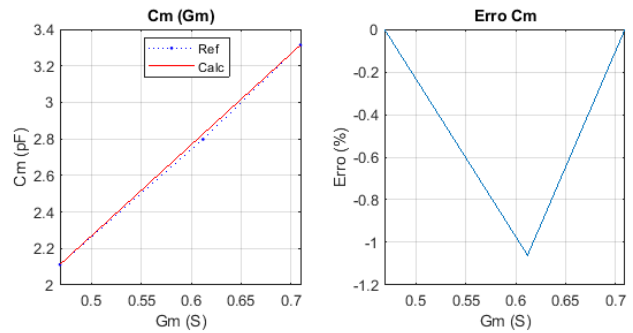


Fig. 5. Modelagem de  $C_m(G_m)$  e percentual de erro

A modelagem da fonte de corrente é realizada utilizando a equação de dreno do conceituado modelo FET Curtice-Ettenberg [12]. A corrente de dreno ( $I_{ds}$ ) é fornecida pela seguinte equação

$$I_{ds}(v_{gs}, v_{ds}) = (A_0 + A_1 \cdot V_1 + A_2 \cdot V_1^2 + A_3 \cdot V_1^3) \cdot \tanh(\gamma \cdot v_{ds}) \cdot (1 + \lambda \cdot v_{ds}), \quad (17)$$

O resultado da modelagem da fonte de corrente de dreno ( $I_{ds}$ ) é validada comparando os valores de  $G_m$  calculados através da equação (17) utilizando os coeficientes  $A_n$  encontrados com os valores de referência extraídos do modelo de SSEC. A figura 6 mostra a comparação e o erro.

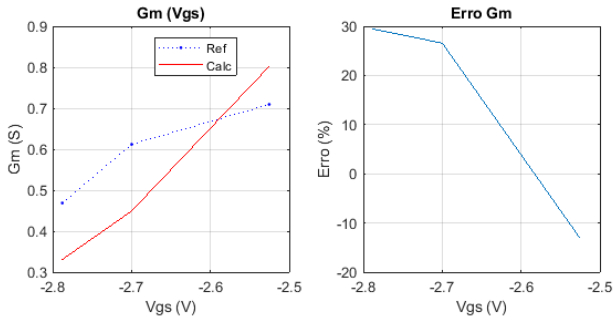


Fig. 6. Modelagem de  $G_m(v_{gs})$  e percentual de erro

## V. RESPOSTA NÃO LINEAR DO FET COMO AMPLIFICADOR

A análise da resposta não linear do FET operando como amplificador foi realizada através de simulações do circuito equivalente de grandes sinais. São aplicadas as tensões de ajuste  $V_{gg} = -2,515$  V e  $V_{dd} = 38$  V para garantir o ponto de polarização em  $I_{ds} = 200$  mA e  $V_{ds} = 28$  V pois é o fornecido para o casamento de impedância da fonte e carga. A figura 7 mostra a potência de saída (dBm) calculada através da medições da tensão de saída  $V_{out}$  em função dos 25 pontos de tensão fornecidos na entrada do circuito. As comparações são entre o modelo de Curtice RF que utiliza os dados extraídos do modelo porém com capacitâncias fixas, modelo de Curtice DC utilizando apenas dados do *datasheet* e os próprios dados de potência fornecidos pelo *datasheet*.

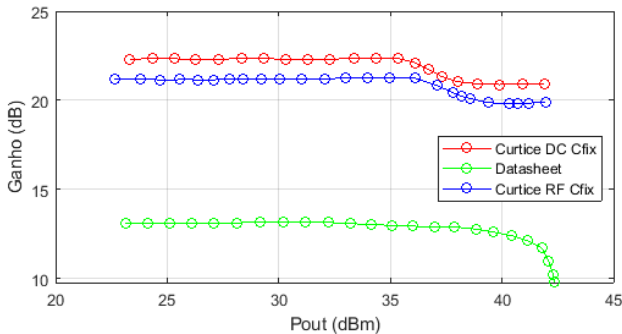


Fig. 7. Comparação entre resultados dos modelos Curtice DC, RF e *datasheet*

## VI. CONCLUSÃO

A metodologia aplicada neste artigo para a extração de parâmetros do modelo de circuito equivalente de pequenos sinais de transistores de efeito de campo e a determinação dos parâmetros através do método dos mínimos quadrados iterativo foi eficaz conforme mostrado na tabela 1. A modelagem das capacitâncias intrínsecas obteve um erro menor que 5% para  $C_{gs}$  e menor do que 3% para as demais capacitâncias do modelo mostrando ser eficiente e possuir boa exatidão. As simulações da resposta não linear do FET mostraram que o modelo proposto neste trabalho de Curtice RF apresenta um resultado próximo do modelo de Curtice DC em que é utilizado somente os dados de polarização para a modelagem da fonte de corrente  $I_{ds}$ , porém ambos ficaram com uma discrepância no valor do ganho e também uma tendência de saturação mais acentuada do que o *datasheet* informa em seus dados

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Sedra, K. Smith. *Microeletrônica*. Pearson Prentice Hall, 5ª edição, 2007.
- [2] R. Boylestad, L. Nashelsky. *Dispositivos Eletrônicos e Teoria de circuitos*, Pearson Prentice Hall, 8ª edição, 2004.
- [3] DACEY, G. C. e ROSS, I. M. The Field Effect Transistor. *Bell System Technical Journal* 34, pp 1149-1189, 1955.
- [4] R. Anholtand S. Swirhun, "Equivalent-CircuitParameterExtraction for ColdGaAs", *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no. 7, July 1991.
- [5] Chien-Nan Kuo, BijanHoushmand, and Tatsuo Itoh, "Full-Wave Analysis of Packaged Microwave Circuits with Active and Nonlinear devices: Na FDTD Approach", *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 5, May 1997.
- [6] MINASIAN, R. A. Simplified GaAs M.E.S.F.E.T. model to 10 GHz. *IEEE - Electronics Letters* 1, pp 549 – 551, September 1977.
- [7] DIAMAND, F. e LAVIRON, M..Measurement of the extrinsic series elements of a microwave MESFET under zero current conditions. *IEEE - 12th European Microwave Conference*. pp 451 – 456, 1982.
- [8] CURTICE, W. R. "Intrinsic GaAs MESFET Equivalent Circuit Models Generated From Two-Dimensional Simulations". *IEE Transactions on Computer-aided design*, Vol.8, N°4, April 1989
- [9] LAI, S. FAGER, C. K. e ANGELOV, I. LDMOS Modeling. *IEEE microwane magazine - Microwave Transistor Modeling*, pp 108 – 116, Jan/Feb 2013.
- [10] LOVELACE, D. COSTA, J. e CAMILLERI, N. Extraction Small-Signal Model Parameters of Silicon MOSFET Transistor. *IEEE - Microwave Theory and Techniques. Microwave Symp. Digest*: pp 865 – 868, May 1994.
- [11] GARCIA, L. A. SALAZAR, M. P. e SARKAR, T. K..Filter Model Generation from Scattering Parameters using the Cauchy Method. *EUMA - European Microwave Conference*. pp 1-4 September 2002.
- [12] W. R. Curtice and M. Ettenberg, "A Nonlinear GaAs FET Model for Use in the Design of Output Circuits for Power Amplifiers" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol. MTT-33, 1985, p.1