Algarismos Significativos de uma medida

A quantidade de algarismos significativos que deve ser utilizada na representação de uma medida é limitada pela incerteza no valor medido. Quando se converte um sinal analógico para digital, o erro de quantização é normalmente a principal incerteza. Dessa forma o número de algarismos significativos que representa o valor da conversão não deve conter mais algarismos significativos do que os fornecidos pelo conversor A/D.

Exemplo 1: Conversor A/D de 10 bits (b=10):

Representação em base binária: 2^{10} → 10 algarismos significativos

Representação em base decimal: $d = \log_{10} 2^b$ Obs: arredondar para o valor inteiro superior mais próximo

d=3,01 → 4 algarismos significativos na base decimal

Resolução necessária (b) de uma conversão A/D para representar d algarismos significativos na base decimal: $b = \log_2 10^d$ Obs: arredondar para o valor inteiro superior mais próximo

Exemplo 2: 5 algarismos significativos na base decimal (d=5)

Representação em base binária: $b = \log_2 10^5$ =16,6 → 17 algarismos significativos na base binária (conversor A/D de 17 bits)

Ganho em Algarismos Significativos

É muito comum em instrumentação eletrônica serem efetuadas várias medidas da mesma grandeza na mesma condição, obtendo-se seu valor médio, de modo a melhorar a precisão da medida. Neste caso, além do aumento da precisão ocorre um aumento na resolução e consequentemente no número de algarismos significativos que representa a medida. Seja m o número de medidas efetuadas, o ganho na resolução de um valor binário é dado por:

$$b_{ad} = \log_4 m$$

Exemplo 3: Conversor A/D de 10 bits, média de 16 amostras efetuadas da mesma medida: $$b_{ad} = \log_4 16 = 2$$

m=16 → ganho de 2 bits ou 2 algarismos significativos na base binária

Resolução equivalente: n_{eq}=12 bits (12 algarismos significativos na base binária)

Tratamento e análise de dados

Uma das grandes vantagens em se ter um sinal analógico (proveniente de uma medida) sob a forma digital, está na facilidade de aplicar-se uma série de algoritmos matemáticos que possibilitam uma melhora significativa na qualidade desta medida, além de se obter parâmetros adicionais que permitem quantificar o conjunto de medidas.

Com o tratamento e análise dos dados pode-se, entre outros:

-aumentar a precisão e resolução da medida

-melhorar a relação sinal/ruído

-identificar e reduzir erros de medida

-corrigir erros de linearidade, “off-set”, ganho, etc.

Para que se possa efetuar um tratamento matemático de um determinado sinal digital, é necessário ter-se um conjunto de medidas. De modo geral, quanto maior esse conjunto maiores são as possibilidades de se aplicar algoritmos para análise e melhoria deste sinal.

Análise estatística de dados em medidas

Toda medida experimental está sujeita a erros provenientes de várias fontes, que podem ser identificados como sendo:

a) Erros grosseiros: erros que ocorrem por falhas de leitura do instrumento pelo operador ou sistema de aquisição. São facilmente detectáveis após uma análise cuidadosa dos dados, pois gera valores muito distintos da tendência da medida.

b) Erros sistemáticos: erros reprodutivos, devidos a não linearidades, “off-sets”, ganhos de amplificadores, etc.

c) Erros aleatórios: possuem amplitude e polaridade variáveis e não seguem necessariamente uma lei sistemática. São em geral pequenos mas estão presentes em qualquer medida, provenientes de sinais espúrios, condições variáveis de observação, interferência eletromagnética, etc.

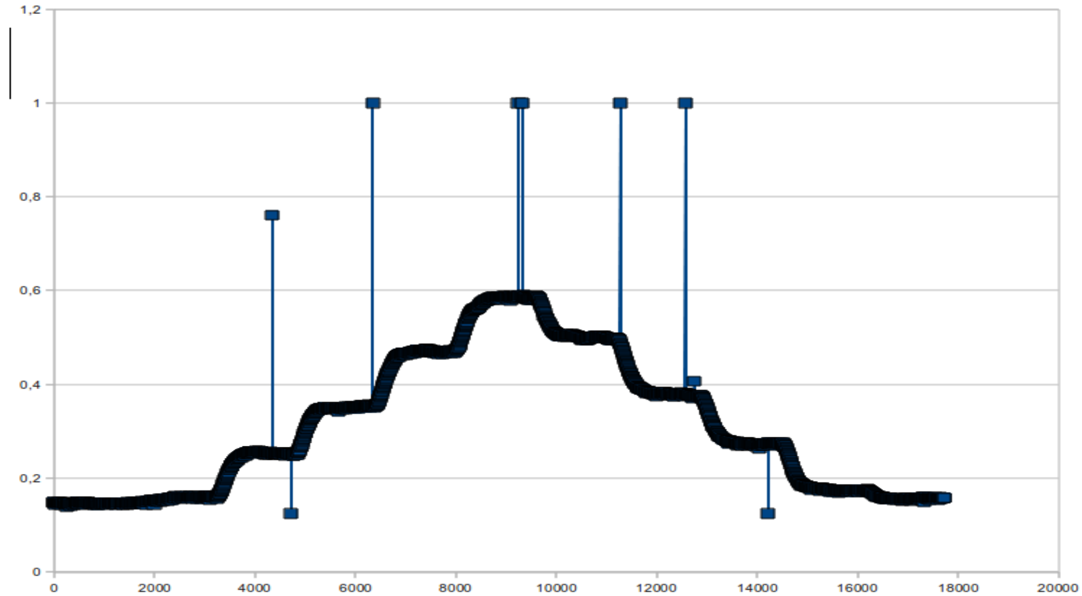


Figura 1: Exemplo de medida com erros grosseiros devidos a problemas na interface de comunicação dos dados.

Redução de erros em medidas

Não é possível eliminar completamente os erros em medidas, mas utilizando-se técnicas adequadas pode-se minimizar os erros e adequar os dados da medida conforme os padrões exigidos para cada aplicação.

Erros grosseiros:

- identificação da fonte de erro e correção do problema.
- Análise do conjunto de dados e eliminação dos pontos que estão "fora da curva".

Erros sistemáticos:

- calibração de toda a cadeia de medida (sensor, circuito de condicionamento, conversor A/D) a nível de "hardware"
- calibração da medida a nível de "software"

Erros aleatórios:

- tratamento estatístico do conjunto de dados e aplicação de técnicas como sobre-amostragem, médias, etc.

Noções de Padrão, Aferição e Calibração

- Padrão é um elemento ou instrumento de medida destinado a definir, conservar e reproduzir a unidade base de medida de uma determinada grandeza. Possui uma alta estabilidade com o tempo e é mantido em um ambiente neutro e controlado (temperatura, pressão, umidade, etc... constantes).
- Aferição: procedimento de comparação entre o valor lido por um instrumento e o valor padrão apropriado de mesma natureza. Apresenta caráter passivo, pois os erros sistemáticos são determinados, mas não corrigidos.
- Calibração: procedimento que consiste em ajustar o valor lido por um instrumento baseado no valor padrão de mesma natureza. Apresenta caráter ativo, pois o erro, além de determinado, é corrigido.

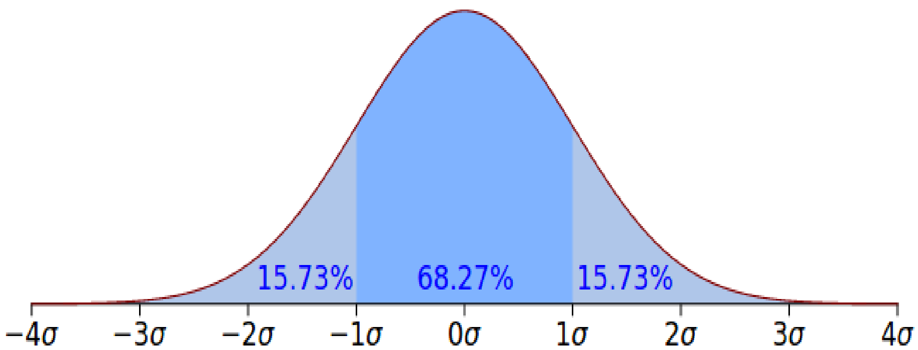
Tratamento de erros em medidas

Com o intuito de minimizar e identificar os vários tipos de erros presentes numa medida, um tratamento estatístico pode ser aplicado num conjunto de dados obtidos em condições idênticas e/ou conhecidas. Este tratamento estatístico baseado na observação repetitiva é muito eficaz principalmente na minimização de erros aleatórios.

Erros aleatórios : características e limitações

- os valores lidos possuem uma distribuição estatística;
- cada medida é independente das outras;
- erros pequenos ocorrem com maior probabilidade que os grandes;
- erros importantes são aperiódicos;
- erros (+) e (–) possuem mesma amplitude e probabilidade de ocorrência e freqüência.

Distribuição normal ou curva Gaussiana :



$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

σ⇒ desvio padrão

σ^2⇒ variância

Média Aritmética $\bar{x}$ **:**

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$$

x_i : valores medidos

n : número de medidas

Resíduo r **:** diferença entre a média e cada uma das medidas.

$$r=(\bar{x}-x_i)$$

Desvio Padrão σ : é encontrado a partir de uma série de leituras e fornece uma estimativa da amplitude do erro presente nestas medidas e consequentemente sua precisão. A determinação precisa do erro padrão σ implica num grade número de leituras (tipicamente n>100).

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum r^2}{n-1}}$$ sendo: $$\sum r^2=(\bar{x}-x_1)^2+(\bar{x}-x_2)^2+\ldots+(\bar{x}-x_n)^2$$

Significado do desvio padrão :

A área hachurada na curva representa 68,3% da área total que equivale ao conjunto de todas as medidas. O erro padrão σ de uma série de medidas indica então uma probabilidade de 68,3% que o valor verdadeiro da medida esteja entre $-\sigma$ e $+\sigma$ do valor médio $\overline{x}$ do conjunto de dados. Consequentemente $2\sigma \Rightarrow$ 95,4% , $3\sigma \Rightarrow$ 99,7%.

Erro Limite *L* :

Forma de indicação da margem de erro baseada nos valores extremos (normalmente $\pm 3\sigma$) possíveis. Em geral é definido como uma porcentagem do valor padrão ou fundo de escala. Supõe uma probabilidade teórica de ~100% de que o valor verdadeiro (y_v) esteja no intervalo y ± L.

Ex:

a) R=10kΩ ± 5%;

b) C=10μF + 20% - 10%;

c) Em um instrumento: “precisão” = 5% (o termo *precisão* utilizado aqui deve ser substituído por *erro*).

Obs.: apesar de menos rigorosa, esta medida de erro é mais popular que o erro padrão, pois indica o erro de forma mais direta e facilmente compreensível por um leigo. Numa avaliação rigorosa de dados, sempre que possível deve-se usar a definição de erro padrão.

Determinação do valor mais provável x_p

O valor verdadeiro x_v da grandeza a ser medida é, em geral, desconhecido. Através da teoria de erros pode-se determinar, com alto grau de exatidão, o valor mais provável da grandeza x_p e o quanto este valor difere do valor verdadeiro.

Num conjunto de medidas onde os erros predominantes são aleatórios, o valor mais provável corresponde à média aritmética: $x_p \equiv \overline{x}$.

Intervalo de Confiança

Faixa de valores compreendida entre $x_p \pm \sigma$ (ou 2σ, 3σ, ...) ou $x_p \pm L$. Considerando um conjunto de medidas quaisquer, a probabilidade de que o valor verdadeiro x_v esteja presente em $x_p \pm \sigma$ é de 68,3%. De forma complementar, a probabilidade de que um resíduo qualquer r seja superior em módulo à σ é de 31,7%.

Erro padrão

Dado um conjunto de medidas, o Erro Padrão fornece uma estimativa da incerteza na média das medições. Quanto maior for a quantidade de amostras utilizadas na média (n), menor será o erro padrão, e consequentemente menor será o erro aleatório da medição.

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Representação mais correta de uma medida:

$$x_p \pm SE$$

Relação sinal-ruído de uma medida:

$$SNR = \frac{x_p}{\sigma}$$

Exercício 2.1:

A calibração de um sensor linear de temperatura acoplado a um conversor A/D de 10 bits foi efetuada tomando-se como referência as temperaturas 0 °C e 100 °C (valores padrão previamente conhecidos). Foram efetuadas 30 amostras de temperatura para cada valor, resultando no conjunto de pontos abaixo. Através da análise dos dados, pede-se:

a) a média aritmética das medidas e o erro padrão;

b) o ganho de resolução na base binária e na base decimal;

c) a SNR da medida em dB;

d) a equação de calibração que efetua a correção das medidas;

Conjunto de pontos:

0 °C:			100 °C		
1.7	3.3	1.1	94.7	96.3	94.1
1.1	1	1.5	94.1	93.9	94.5
2	3.2	1.9	95	96.1	94.9
1.2	0.8	0.9	94.2	93.7	93.9
1.2	2.3	0.7	94.2	95.2	93.7
1.7	3	3.5	94.6	96	96.5
1.4	1.2	3.5	94.4	94.2	96.5
1.3	1	3.7	94.2	94	96.6
3.3	2.6	2.1	96.3	95.5	95.1
1.7	3.6	2.2	94.7	96.6	95.1